This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Math. 608

UNIVERSITEITSBIBLIOTHEEK GENT

Oughtredus explicatus,

SIVE

COMMENTARIUS

IN

Ejus Clavem Mathematicam.

Cui additæ ſunt

Planetarum Obſervationes

&

Horologiorum Conſtructio.

Authore

GILBERTO CLARK.

LONDINI,

Typis *Milonis Fleſher*; Veneunt apud *Ric. Davis*, Bibliopolam *Oxonienſem*, 1682.

ILLUSTRISSIMO VIRO

&

Domino meo Colendiſſimo,

JUSTINIANO ISHAMO,

BARONETTO,

EX

Antiqua *ISHAMORUM* Gente,

IN

Agro *Northamptonienſi* oriundo;

Hanc ſuam

Clavis Mathematicæ Interpretationem,

In teſtimonium tum obſervantiæ ſuæ,

Tum inprimis gratitudinis,

D. D. D.

Gilbertus Clark.

Oughtredus explicatus,

SIVE,

COMMENTARIUS

IN

Clavem Mathematicam *Oughtredi.*

CAP. I. *De Notatione.*

§. 1.

9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$	$\bar{9}$	&c.
M	M	M	M	M	M	M	C	X	I	X	C	M	M	M	M	M	M	M	
M	M	M	M	C	X	I							X	C	M	M	M	M	
M	C	X	I													X	C	M	

PRO notatione numerorum, primâ facie exhibet hæc Tabella uniuſcujuſque numeri ſuum ſibi proprium characterem, ità, &c. 4 3 2 1 0. $\bar{1}\,\bar{2}$, &c. pro computatione; vides hîc duos numerorum ordines deſcriptos, *viz.* ſuperiorem unum, figuris numeralibus, &c. 3 2 1 0; inferiorem alterum, literis numeralibus Romanis, &c. C X I.

Superior conſtat ex numeris ab unitate arithmeticè proportionalibus, *viz.* quorum differentia eſt æqualis;

nempe differentia inter 1 & 2 eſt unitas, pariter differentia inter 2 & 3 eſt etiam unitas.

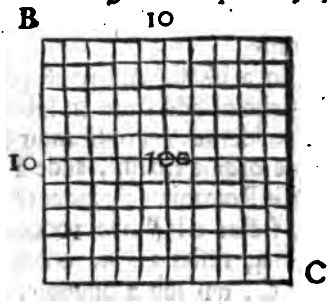
Inferior ordo conſtat ex numeris (continuè multiplicando per X) ab unitate geometricè proportionalibus, *viz.* quorum quotientes ſunt æquales, nimirùm quoties C eſt in M toties X in C, & toties unitas in X, *ſcil.* decies.

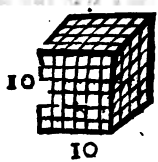
Inferior ordo computationi per numeros communes inſervit, indicando valorem uniuſcujuſque figuræ pro ratione loci quem obtinet; nempe primus locus eſt μονάδων, ſive unitatum, I; ſecundus, δεκάδων, X; tertius, ἑκατοντάδων, C, &c. & poſt quaſque tres literas factâ lineâ perpendiculari, ut vides in Tabella, ita, &c. M|CXI; primus ſecundi ternionis eſt millium, primus tertii ternionis eſt millies millium, & ſic deinceps: vel, commate facto, ſcribe in hunc modum, 978,923,456. altera Tabellæ pars quæ ſequitur cyphram 0, & lineam ſeparatricem, ità, $\underline{\overset{0}{\text{I}}}\;\overset{\bar{1}}{\text{X}}\;\overset{\bar{2}}{\text{C}}\;\overset{\bar{3}}{\text{M}}$, &c. utilis eſt ad fractionum (quas hîc partes appellat) computationem: inferior ordo denominatoris vicem obtinet, & oſtendit in quot partes unitas dividatur, ut, X C M, &c. ſuperior numeratoris officio fungitur, & oſtendit quot ex illis partibus ſumendæ ſunt, ut, $\frac{1}{X}$ ſive $\frac{1}{10}$, id eſt, una pars decima, vel ſi unitas in decem partes frangatur, quòd ſumenda eſt una tantùm ex illis; ſi $\frac{5}{10}$ tum quinque ex illis ſumendæ: in hac parte obſervare debes lineolas ſupra figuras, ità, $\bar{1}\,\bar{2}\,\bar{3}$, &c. quibus ſignificatur numeros illos eſſe partes ſive fractiones, ſive negativos, id eſt, unitate minores, nam tota hæc fractio $\frac{99999999}{100000000}$ non valet unam (ut ità dicam) unitatem,

ſed

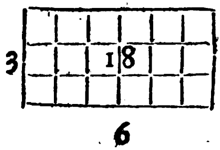
ſed ſi unitas dividatur in 100000000 partes, erunt ex illis ſumendæ 99999999; inſervit etiam hæc tabella numeris figuratis: ſed quid eſt numerus figuratus?

Reſpondeo. Diximus inferiorem ordinem conſtare ex numeris geometricè proportionalibus; & in progreſſione, I in loco unitatum cujus index 0 eſt numerus (ut ſic loquar) abſolutus, X cujus index 1 eſt radix, C cujus index 2 eſt numerus quadratus; M eſt cubus cujus index 3: $\frac{M}{X}$ ſive 10000 eſt quadrato-quadratus, cujus index 4 ſequitur quadrato-cubus, & hunc reliquæ poteſtates deinceps; appellantur autem hi numeri figurati, nomine ducto à geometricis figuris in quibus jacent. Multiplica 10 per 10, & factus erit 100. Hic vides 100 minora quadrata contineri intra magnum quadratum cujus latus ſive radix eſt 10. Si iterum factum hunc 100 multiplices per eundem numerum 10, factus erit 1000, qui erit ſolidum ſive cubus. Et in magno cubo, cujus latus 10, habebis 1000 minores cubos.





Jacent & alii numeri in figuris, ut ex 3 in 6 fit 18,



qui tamen numerus 18 non eſt quadratus; at cum iſtiuſmodi figuratis numeris nobis hoc loco nihil agendum: ſunt quidam numeri (qui primi appellantur) ut 3, 5, 7, 11, 13, &c. & in nullis figuris reperiuntur: ſed ſcire præſtat, quòd quamvis in Geometria atque in rerum natura ultra lineam, ſuperficiem & ſolidum nulla detur magnitudo; in Arithmetica tamen multiplicando continuè procreamus inſuper quadrato-quadratum, quadrato-cubum, cubo-cubum, &c. qui ſunt etiam numeri figurati.

Logarithmorum hæc eſt proprietas, quod prout ipſi logarithmi adduntur & ſubtrahuntur, ita numeri illis reſpondentes multiplicantur & dividuntur; ita in ſuperiore ordine tabellæ, adde 2 ad 3, ſumma eſt 5, ſic in literis Romanis reſpondentibus, multiplicando C per M, factus erit $\overset{M}{C}$ ſive 100000; ita ſubtrahendo, ex 6 tolle 4, reſtat 2: ſic etiam divide $\begin{smallmatrix}M\\M\\I\end{smallmatrix}$ per M, quotiens erit C, qui ſub 2 pingitur.

§. 2.

Superiores numeri ſunt indices ſive exponentes, nempe indicant numerorum denominationes ſive gradus: 0 indicat numerum abſolutum: ſic 5 N ſignificat quinque unitates; & ideo dicitur abſolutus, quia æſtimatur ſolummodo ab unitatibus quas continet, ſine ullo alio reſpectu, ut ſit vel radix vel quadratum, &c. alterius alicujus numeri.

1. Indicat

1. Indicat radicem quæ in tabella eſt 10, X, una dimenſio.

2. Indicat quadratum, ut C, ex duabus dimenſionibus, ſive ex X, multiplicato per X.

3. Indicat cubum, ut M ex tribus dimenſionibus conſtantem, *ſcil.* ex X in X in X continuè multiplicando; & ſic deinceps.

Eſtque progreſſio in decupla ratione verſus ſiniſtram, certè ita habetur in omnibus quos vidi codicibus, at minùs rectè; eſt enim I ad X verſus ſiniſtram ratio ſubdecupla, & pariter in fractionibus $\frac{1}{10}$ eſt ad 1 in ratione ſubdecupla; atque in eadem eſt $\frac{1}{100}$ ad $\frac{1}{10}$.

4. Tabella in decimali ratione ordinatur; nonnunquam reducendæ ſunt communes fractiones ad decimales, ut hæc fractio communis $\frac{4}{5}$ æque valet atque decimalis $\frac{8}{10}$ ad quam ergo illa reduci poſſit; hujuſmodi reductiones quandóque ſunt ſatis operoſæ, ideóque commodè evitantur, præſertim operando per ſinus & tangentes, ubi præſtat ut radius ſive ſemidiameter ſit 1,00000, id eſt, 1 cum circulis ſive cyphris annexis, ut in ſinuum tabulis videre potes.

6. Non ſcribes partes decimales ita $\frac{5}{10}$ $\frac{56}{100}$, $\frac{56}{1000}$ ſed brevitatis & concinnitatis causâ, ita, 0|5 0|56 0|056 vel, ſi placet, ita, |5 |56 |.56

7. In hoc numero 0|500 linea ſeparatrix oſtendit illum eſſe fractionem, & duæ cyphræ poſt figuram 5 ſunt prorſus ſupervacaneæ atque ac ſi abeſſent, ita 0|5

12. Quod attinet ad uſum ſignorum + & — tum etiam pl. & min. magna differentia eſt attendenda, quam ita accipe; 4 eſt numerus ſimplex, at 4 + 3 eſt numerus compoſitus, & valet 7: jam ſi dicam 8 +

quadr. 4 + 3 intelligo 27; quadratum enim ex 4, hoc eſt, 16, per ſe accipio.

Sed ſi dicam 8 pl. quadr. 4 + 3 intelligo 57, quia 4 + 3 conjunctim valent 7, cujus quadrat. eſt 49.

13. A B C, &c. literæ alphabeti vocantur ſpecies, vel ſymbola, unde hæc arithmetica ſpecioſa appellatur, potes characteres quos velis uſurpare; verùm eliguntur literæ alphabeti, utpote familiares & notiſſimæ.

14. Specioſa arithmetica optimè inſervit poteſtatum & æquationum analyſi, quâ radices eruuntur è poteſtatibus ex retrograda, quæ omnino cernitur compoſitionis ſive geneſeos viâ; & in hac arte quanquam quæſitum eſt naturâ poſterius noto, incipis tamen in problematibus reſolvendis à quæſito ſive ab ignoto, ac ſi notum eſſet, ut infra planiùs intelliges.

Ex 3 multiplicato per 4 fit 12, ſed in his figuris apparet neque 3 neque 4, quin penitùs abſorbentur; ſed ſi pro 3 ſtatuas A, & pro 4 ſtatuas B, certè ex A multipl. per B fit AB, ut infra intelliges, ubi in producto vides utrumque factorem, *ſcil.* tum A tum B ſcire debes quòd in omnibus ferè artibus & ſcientiis quædam per anticipationem dicantur; ideóque quomodo ex hoc modo operandi nempe per ſpecies fiunt theoremata generalia intelliges ad Cap. 11. ubi ingentem theorematum cumulum habebis.

CAP.

CAP. II. *De Additione.*

§. 3.

3794	236
584	3
947	08
4720	7439
48	5
10094	8599

IN hoc exemplo fractiones omnes ſunt decimales; |236 valet $\frac{236}{1000}$, |08 valet $\frac{8}{100}$ atque omnes additæ faciunt 18599, unde unitas in memoria reſervatur aſportanda ad integros proximi ordinis, *ſcil.* in locum unitatum: atque hæc eſt fractionum decimalium utiliſſima proprietas; quòd ſine mora tranſeant ad integros, ratio eſt, quia $\frac{1}{100}$ decies continetur in $\frac{1}{10}$, & $\frac{1}{10}$ decies continetur in unitate: nam $\frac{10}{100}$ valent $\frac{1}{10}$ & $\frac{10}{10}$ valent unitatem.

§. 4.

Additio ſpecioſa conjungit omnes magnitudines datas, ſervatis ſignis, ad 3A adde A, ſumma eſt 3A + A, hoc eſt, 4A, cogitare debes ſignum + præfixum ipſi A, per Sect. 11. prioris Cap. ac ſi ſcriptum eſſet, ad 3A adde + A, tum etiam concipere potes unitatem affixam ipſi A, (nam A valet 1A) ac ſi ſcriptum eſſet, ad 3A adde + 1A, ſed 3A & 1A ſunt 4A.

Ad 5A adde—3A, ſumma eſt 5A—3A, hoc eſt, 2A; dices, quare 2A? ratio eſt, quia propter —3A ſub ſigno negativo expungere debes æqualem partem ex 5A affirm. *ſcil.* expungere debes 3A ex 5A, ideóque habebis tantùm 2A pro ſumma.

Ad A adde A, ſumma erit A + A, hoc eſt, 2A, ſed

ſi ad A addas —A, ſumma erit A—A, hoc eſt, o, quia una ſpecies expungit alteram.

In indicum additione, ad 3 adde $\bar{2}$, ſumma eſt 1, & ad $\bar{3}$ adde 2 ſumma eſt $\bar{1}$; obſervare debes ſineolas negativas ſupra figuras, ità $\bar{2}\bar{3}\bar{1}$ hinc expungendum, ut ante.

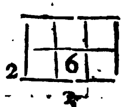
CAP. III. *De Subductione.*

§. 4.

Subductio ſpecioſa conjungit utramque magnitudinem datam mutatis omnibus ſignis magnitudinis ſubducendæ, ex 5A tolle —3A, reſtat 5A + 3A, mutato ſigno — in ſignum +: reſtat inquam 5A + 3A, hoc eſt, 8A, atque ex his vides quòd ſi tollas —, idem evenit ac ſi adderes +; & ſi tollas +, idem evenit ac ſi adderes —: nam ad 5A adde —3A, ſum. eſt 2A, ut in priore Capite; & ex 5A tolle + 3A, reſtat 5A—3A, hoc eſt, 2A. Per hanc Sectionem, magnitudines compoſitæ quandóque ſubducuntur per ſignum mi. quod valet minus; & tum reliqua ſervantur ſigna, ut ex A + E tolle B—C + D, reſtat A + E. min. B—C +D.

CAP.

CAP. IV. *De Multiplicatione.*



1. SI multiplices 2 per 3 fit 6, qui eſt factus ſive rectangulum, atque 2 & 3 ſunt factores ſive latera rectanguli, ut in Figura.

2. 3. & 4. In Multiplicatione maxime habenda eſt ratio locorum in quibus ponendi ſunt particulares facti ex ſingulis unius numeri figuris ductis in ſingulas alterius, ut ſi multiplices 4576 per 892, incipere debes ad dextram, hoc eſt, cum 6 in 892, cujus factus particularis erit 9152; tum multiplica per 9 in 892, & factus erit 41184; locandus uno loco propius ſiniſtram verſus, multiplicabis demum per 8 in 892, & productum 36608 ſtatues uno loco adhuc propius ſiniſtram verſus, ita,

```
 4576 } Factores.
  892 }
 -----
  9152  }
 41184  } Particulares facti in ſuis propriis locis.
36608   }
-------
4081792  Summa, ſive factus totalis.
```

Ratio locandi eſt, quia multiplicando per 9 in 892 revera mutiplicabas per 90, & mutiplicando per 8 in 892 revera multiplicabas per 800; ideóque ſcribendo cyphras in locis vacuis opus ita ſtaret,

4576 } Factores.
892 }

9152 }
411840 } Particulares facti.
3660800 }

4081792 Factus totalis.

Alterum exemplum,

58034 } Uterque Factor cum tribus locis partium decimalium.
475 }

290170 }
406238 } Particulares facti.
232136 }

27566|150 Summa ſive factus totalis; cum tribus locis abſciſſis pro decimali fractione.

Hujus operationis ratio petenda eſt à notis in ſect. 3. cap. 2.

Alterum exemplum ſimile,

58|73 } Factores cum duobus locis partium decimalium.
6|00 }

0000 } Particulares facti in ſuis locis.
0000 } Si numerus ſit multiplicandus per circulum nihil efficietur; veruntamen loci ratio habenda eſt.
35238 }

35238|00 Summa ſive factus totalis cum duobus locis abſciſſis.

3. Quo-

3. Quoniam per cyphras nihil efficitur, ut jam diximus, ſatis erit ſi quæ ad dextram factorum ſunt, tandem facto totali ex integris addantur, ita,

358 } Factores cum duabus cyphris ad dex-
600 } tram unius eorum.

214800 Factus totalis cum duobus circulis additis.

Multiplicatio eſt intellectu ſatis facilis, ſed quando Factores ſunt magni, ejus operatio tædium patit; quod tamen in quibuſdam caſibus (indicum ope) multò levius erit; ut ergo modum operandi per indices planum faciam, ita accipe,

Factores { 23457892011324
Factores { 67832212222222

14 particulares facti:

46915784022648
46915784022648
46915784022648
46915784022648
46915784022648
46915784022648
46915784022648
23457892011324
46915784022648
46915784022648
70373676033972
187663136090592
164205244079268
140747352067944

Fact. totalis 1591200709198095647228441928

Vides

Vides hic numerum ex 28 figuris conſtantem, moleſtè ſatis Multiplicatione productum; quo ergo artificio (ſi fieri poſſit) habuero octo primas figuras, *ſc.* 15912007 — quæ meo forſan propoſito abundè ſatiſfacere poſſint, omiſſis 20 ultimis? Sanè id commode fieri poteſt ope Indicum; neque opus erit laborioſe percurrere ſingulas Factorum figuras. Regula eſt in Multiplicatione, Index cujuſque particularis figuræ facti, invenitur addendo Indices figurarum Multiplicatæ & Multiplicantis: ne hæſeris in verborum ambiguitate, ſcire debes, quod quilibet è quatuordecim factis, quos particulares appellavimus, conſtat etiam ex 14 factis particularibus, quorum uniuſcujuſque locus ab Indicibus erit manifeſtatus per regulam jam deſcriptam: quod viceſima prima figura facti totalis ſtare debet ſub Indice 20 eſt nimis manifeſtum.

Repete igitur eoſdem Factores cum Indicibus, ità,

Indices 20 19 18 17 16 15 14 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0

Factores {m} 2 3 4 5 7 8 9 2 0 1 1 3 2 4
Factores {n} 6 7 8 3 2 2 1 2 2 2 2 2 2 2

2
46
469
7037
c 187663
b 1642052
a 14074735

Summa 15912004

—— Puncta hæc primis figuris appoſui, quia vix utimur reliquis, niſi forte una ſuperioris Factoris pro incremento, quod animis ſuis ſervare vel aſportare jubentur tyrones.

Octo primæ figuræ facti totalis niſi quòd

quod in 4 ſub aſteriſco deeſt generale incrementum, *viz.* 3. Index numeri 6 in *n* eſt 13, & index numeri 9 in *m* eſt 7; qui indices additi ſunt 20: idéoque quia 6 in 9 facit 54, qui una cum incremento 1 (quod aſportavi à figura 2 ante 9) eſt 55; ſcribe igitur 5 mox ſupra aſteriſcum, ſub indice 20: & porta 5, multiplicando, ut ſoles reliquas figuras *m*, per 6, ut habeatur *a*; pro *b*, quoniam index 7 in *n* eſt 12, & index 8 in *m* eſt 8; qui indices additi ſunt 20: dic ergo ex 7 in 8 fit 56: hic autem cave ne ſcribas 6 ſupra aſteriſcum; quia habita ratione incrementi quod ſuppeditatur à multiplicatione 7 in *n* per 9 in *m*, ſervares in memoria 6, quibus additis ad 56, datur ſumma 62: ſcribe ergo 2 ſupra aſteriſcum, & porta 6, multiplicando, ut ſoles reliquas figuras *m*, per 7; ut habeatur *b*.

Tum ſi multiplices 8 in *n* per 7 in *m*, una cum incremento portato, *viz.* 7, fiet 63; ſcribe 3 ſupra aſteriſcum; & porta 6; multiplicando reliquas figuras *m*, ut ſoles per 8; ut habeatur *c*.

Pro reliquis, duc 3 in 5, tum 2 in 4, tum 2 in 3, tum 1 in 2; ut indices (qui additi faciunt 20) requirunt: ita tandem ex horum factorum (ope indicum inventorum) ſumma: habes octo primas figuras, omiſſis 20; quod ſi figuræ punctatæ 6783221 contrario ordine poſitæ fuiſſent indices ex ſeipſis conveniſſent, ita ut ſuperiorum quilibet, cum ſuo inferiore correſpondente feciſſet 20, nempe ita,

20.	13	12	11	10	9	8	7.	Indices.
	2	3	4	5	7	8	9	Figuræ punctatæ ordine contrario.
	1	2	2	3	8	7	6	
	7	8	9	10	11	12	13.	Indices correſp.

Et

Et reliquæ ſeptem figuræ, ſi adſcriptæ fuiſſent ordine contrario, perrexiſſent ad indicem 20, ita,

20.19.18.17.16 15 14 13 12 11 10 9 8 7. Indices.
2 2 2 2 2 2 2 1 2 2 3 8 7 6. Figuræ punctatæ ordine inverſo.

Vides autem, attendendo ad indices, te habere 15912004, primas octo figuras producti totalis, omiſſis ultimis 20; ſed profecto non accurate; quia à ſubſequentibus portari debuiſſent 3; ideóque debuiſti habere 15912007: & forſan plus portari potuiſſet in aliis exemplis; ſed quod ad computationem attinet per ſinus naturales & tangentes, cujus gratia hæc operatio fuit inſtituta, res erit ſatis accurata; quanquam tacere non debeo quod nos jam hoc labore levati ſumus, utpote qui computare ſolemus per ſinus artificiales ſive logarithmos, magno cum reipublicæ mathematicæ emolumento: nos autem hæc hactenus ut veram ideam hujus operationis, cujus contemplatio non eſt injucunda, habeas, &, ut authorem intelligas, etiam fuſius exponimus.

Indices 210 $\overline{123}$
Factores { 246 | 914
7253 Figuræ ordine contrario.
Indices correſpondentes 2101

In hoc exemplo index quilibet ſuo correſpondenti additus dat 0

α 7407
β 1235
γ 49
δ 17 } Facti particulares.

8708 Summa ſive factus totalis purus à partibus.

Pro

Pro α dic ex 3 in 9 fit 27; pinges 7, & portabis 2, ut ſolet, &c.

Pro β dic ex 5 in 6 fit 30; adde 5 pro incremento ex 5 in 9, figuram ſubſequentem, & fit 35; pinges 5, & portabis 3, ut ſolet, &c. Dices ex 5 in 9 fit tantum 45; ergo portare debui tantum 4.

Reſpondeo, Quia 45 tam prope accedit ad 50 quam ad 40 portabis 5.

Pro γ dic ex 2 in 4, una cum 1 pro incremento, fit 9, &c.

Pro δ, ex 7 in 2, una cum 3 pro incremento, fit 17.

Secundus caſus male pingitur in noſtro codice, debuit enim figura 5 quæ in loco unitatis, poni non ſub 4, ſed uno loco ulterius verſus dextram; ſub indice $\bar{4}$, ita,

		210 $\bar{1}\bar{2}\bar{3}\bar{4}\bar{5}$	Indices.
		246|914	
		72|53	Figuræ ordine contrario.
		21 01	Indices correſpondentes quorum quilibet ſuo ſuperiori additus efficit $\bar{4}$.
Facti particulares	α	74074200	
	β	12345700	
	γ	493828	
	δ	172840	
		8708|6568	Factus totalis cum 4. locis partium.

Pro α dic ex 3 in nihil fit 0, &c.

Pro β dic ex 5 in nihil fit 0, &c.

Pro γ dic ex 2 in 4 fit 8, &c.

Pro δ dic ex 7 in 1, una cum 3 pro incremento, fit 10; ſcribe 0, &c.

In

In tertio caſu penultimus factus 63 debuit eſſe tantum 56; & ſumma 32260, niſi plus illi accreverit ex amputatis figuris, quod fieri poſſe ſupra oſtendimus.

In quarto caſu, & ultimo facto, pro 16 portatis, ſcribis 2, ità, quia 16 propius accedit ad 20 quam ad 10.

25
2

6. Multiplicatio ſpecioſa connectit utramque magnitudinem propoſitam cum nota in vel x, vel plerunque abſque nota, ſi magnitudines denotentur unica litera: & hoc longe melius, *ſc.* ut ſcribas potius AE quam A in E vel A x E.

Si ſigna ſint ſimilia, ut +A multipl. per +E, vel —A per —E, producta magnitudo erit adfirmata; nempe +AE, ſive AE, per 11 Sect. 1 Cap. Sed ſi ſigna ſint diverſa, ut +A per —E, producta magnitudo erit negata, nempe —AE, quippe + & — ſunt ſigna diverſa.

Effertur autem Multiplicatio per in, ut ſi dicam, A in E volo ut multiplicetur A per E, quod fit tantum jungendo literas, ita, AE.

Aq ſignificat A quadratum, Ac A cubum, Aqq A quadrato-quadratum, Aqc A quadrato-cubum; & vocantur Poteſtates.

Multiplica A—E per B, factus erit BA—BE, nam ex B in A fit BA, quia ſigna ſunt ſimilia, & ex B in —E fit —BE, quia ſigna ſunt diverſa: at ex —B in —E fit +BE.

Unaquæque ſpecies multiplicandi debet multiplicari per unamquamque Multiplicatoris; ex A+E in A+E fit Aq + 2 AE + Eq: nam ducatur A + E in 5e, ſive

qua-

quadretur ita, duc A + E. A inferior ducatur tum in A tum in E ſuperiores.
in A + E. dein E inferior ducatur tum in A tum in E ſuperiores.

Aq+.1.AE } Particulares
.1.AE+Eq. } facti.

Aq+ 2 AE+Eq. Factus totalis.

Et nota quod nihil intereſt ſive hæc ſive illa ſpecies ordinem ducat; modo ſigna illæſa maneant, potes ſcribere, ſi placet, Eq + 2 AE + Aq, vel Eq + 2 EA + Aq; ſic ſi multiplicares A x B per C x D, ſive A B per C D; potes pro producto ſcribere vel A B C D vel DC B A vel C D A B; juxta hanc formam ſi multiplicares 3 A per 2 A, ſcribere deberes (jungendo) ita, 3A 2A vel 32 AA, id eſt; 3x2xAxA: ſed quoniam gravis error hoc pacto facile oriri poſſet; nempe putares numerum 32 ſignificare triginta duo, ſed valet tantum ſex, id eſt, 3 x 2; ideoque quoad figuras numerales adempta eſt hæc licentia, eas jungendi ad eum modum quo fit in ſpeciebus; ergo multiplicare debes figuras ut ſolet; & ex 3 A in 2 A fiet 6 AA ſive 6 Aq: ſic ex 12 B in 4 B fit 48 BB ſive 48 Bq ex 5 B in 3 C fit 15 B C ex 5 AE in 5 AE fit quadratum 25 AEAE ſive 25 AAEE ſive 25 Aq Eq quod uſitatius.

Secundum *Carteſium* ex A in A fit AA ſive Aq ſive A^2 eſt enim 2 index quadrati, ut ante diximus.

ex A in Aq fit Ac ſive A^3, nempe 3 eſt index cubi.

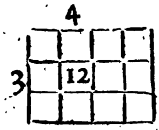
ex A in Ac fit Aqq ſive A^4.

ex A in Aqq vel ex Aq in Ac fit Aqc ſive A^5, &c. & ſane longe præſtat ſcribere A^5 breviter quam AAAAA.

Quandoque coactus eris exprimere unam magnitudinem per duas literas A—B, ut unam lineam per AB, & tum connectere debes magnitudines per notam in vel x, ut multiplica AB per CD, factus erit AB in CD vel AB x CD.

CAP. V. *De Diviſione.*

1. QUotus appellatur Parabola, nomine à Diophanto antiquo & egregio analyſta accepto; quia ex adplicatione oritur: ut adplica rectangulum 12 ad longitudinem 4, oritur latitudo 3.



2. In dividendo incipere debes ad ſiniſtram, ſed non debes ſubſcribere Diviſorem 297 ita $\frac{1871}{297}$, &c. —quoniam 2 non omnino continetur in 1 ideoque 187 non eſt Dividuus ſufficiens Diviſori; ſed ita $1\frac{871}{297}$, &c.

In dividendo duobus modis proceditur: quidam dividunt per lituras, Diviſorem non ſubſcribendo, ſed ſubſcriptum cogitando; ita,

12
892187
Diviſor 297) 187135075 (630084 $\frac{127}{297}$ Quotus.
1182113768
892118

Per

Per primam figuram in quoto 6 multiplica Diviſorem 297, & factum 1782, dividendo ſubſcribe & ſubtrahe è correſpondente parte dividendi 1871, cujus reliquum 89 ſcribe ſupra; delens utrumque 1871, 1782. quod tamen reliquum in proxima operatione & ipſum delendum; ſed nobis nunquam placuit hæc via delendi, quin præſtat potius ſingulas operationes clare habere ante oculos, ut fit in eodem exemplo repetito; ubi Diviſor ſemper exprimitur, qui modus etiam intellectu eſt longe facilior; ejus regulæ in his paucis carminibus breviter continentur.

Ad levam incipies, reliquas punctato figuras;
ita 18713507̇5̇
297

1. *Quæres:* 2. *Reſponſúmque datum ſcribe in quotiente.*
3. *In diviſorem ducas:* 4. *Tum ſubtrahe factum.*
5. *Altera deſcendat nota:* 6. *Diviſor moveatur.*
7. *Si fruſtra ſit cyphra quoto:* 8. *Fiat numerator*
Qui ſupereſt numerus, cui Diviſor dato nomen.

Quot fuerint puncta tot erunt figuræ in quotiente.

Dividendus 18713507 5 (63008$4\frac{127}{297}$ Quotus.
Diviſor 297

a	1782	
b	893	Reliquum dividendi.
c	297	Diviſor motus.
d	891	
e	2507	Reliquum dividendi.
	297	Diviſor motus fruſtra bis.
f	2376	
g	1315	Reliquum dividendi.
	297	Diviſor motus.
h	1188	
	127	Reliquum divid. in quo Diviſor ne ſemel continetur.

Quæres quoties 2 in 18, reſpondetur 6, quam figuram ſcribe in quotiente: reſpondetur inquam 6, nam quanquam 2 ſit in 18 novies, non debes tamen ſcribere 9, quia reliquæ figuræ non conſentient: non eſt enim 9 media figura Diviſoris toties in 7, nempe in tertia figura dividendi, tum ducas reſponſum 6 in Diviſorem, & fit *a*.

Hoc factum, ſubtrahe ex dividendo, reſtat reliquum dividendi 89 in *b*: tum deſcendat prima figura punctata, nempe 3 ad *b*; & punctum, ſi placet, memoriæ cauſa, deleas; tum Diviſor moveatur uno loco propius ad dextram, ut vides in *c*.

Jam novam Diviſionem inſtitue, operationes repetendo; & primum quæres quoties 2 in 8; reſpondetur

tur 3; reſponſum 3 ſcribe in quotiente, ut vides; tum ducas 3 in Diviſorem, & factum (*d*) tolle ex *b*, nempe reliquo dividendi reſtabit 2 prima figura in *e*, deſcendat altera nota 5, Diviſor moveatur, & quoniam motus ne ſemel continetur in 25; ſit cyphra quoto, & deſcendat 0, & moveatur Diviſor, & quoniam iterum fruſtra, neque enim adhuc ſemel continetur 297 in 250, pone alteram cyphram in quoto, & deſcendat 7, & Diviſor moveatur.

Tum quæres quoties 2 in 25, reſpondetur 8, quod ſcribe in quoto, & duc 8 in Diviſorem, fiet *f*, quo ſublato ex *e*, reſtat 131 in *g*, cui deſcendens addatur ultima figura 5; & Diviſore moto, quæres quoties 2 in 13, reſpondetur 4, quo poſito in quotiente, & mox ducto in Diviſorem, fit *h*, quo ſublato ex *g*, reſtat 127, qui numerator erit fractionis, cujus Denominator erit Diviſor; ita, $\frac{127}{297}$.

Quod ſi fractionem decimalem habere velles, adde cyphras Numeratori quot libuerit, & perge per regulas antedictas dividendo per Diviſorem ſive Denominatorem, ut fit in hoc exemplo,

Diviſor cum 3. cyphris omiſſis }	6|000)4320 |765	Dividend. cum 3. figuris abſciſſis.
	720|1275	Quotiens cum decimali fractione.

3. Propter tres cyphras omiſſas & totidem figuras abſciſſas dividis per unam ſolummodo figuram 6, & quotientem dividendo ſubſcribis: in fine autem diviſionis circuli ſupponuntur addi figuris abſciſſis, ità, 7650, & diviſio continuanda per 6, propter decimalem fractionem, nempe |1275, vel figuræ abſciſſæ reſtituendæ

pro Numeratore, & omiſſi circuli pro Denominatore; ita, 720$\frac{765}{6000}$.

8. Dividas per numerum irrationalem; ita,

	17
	303
	2803 *c*
	109930 *a* reliq. divid.
Diviſor irration. 357|092 6425)	467023 (1307|80
	357093 Diviſor irrat.
	107127 *b*
	2500 *d*
	286 *e*

Quære quoties 3 prima figura Diviſoris in 4, reſpondetur 1; ſcribe 1 in quoto & duc in Diviſorem; ſed quoniam 1 nihil mutat, mox tolle Diviſorem ex dividendo reſtabit *a*; jam amputabis 3, ultimam figuram Diviſoris; & quære iterum quoties 3 prima figura Diviſoris eſt in 10 in *a*, reſpondetur 3; ſcribe 3 in quoto & duc 3 in Diviſorem jam amputatum, dicendo ex 3 in 9 fit 27, &c. pro *b*, tolle *b* ex *a* reſtat *c*, viz. 2803.

Jam amputabis 9 à Diviſore & quæres, ſed quoniam Diviſor ſubintelligitur fruſtra moveri, ſcribe cyphram in quoto atque amputabis cyphram in Diviſore; tum iterum quæres quoties 3 in 28, *ſc.* in *c*, reſpondetur 7, ſcribe 7 in quoto & duc 7 in Diviſorem multatum jam tribus figuris, & dic ex 7 in 7 fit 49, ſed quia 49 propius accedit ad 50 quam ad 40, ſcribe 0, & portabis 5, &c. pro *d*, tolle *d* ex *c* reſtat 303; jam amputabis 7 in Diviſore & quære quoties 3 in 30, reſpondetur 8; ſcribe 8 in quoto & duc 8 in Diviſorem amputatum, id eſt, in 35, & dic ex 8 in 5 una cum 6 pro incremento ex 8 in 7 fit 46, ſcribe 6, &c. pro *e*, tolle *e* ex 303 reſtat 17; tum amputabis 5 & quotum ſatis amplum habes.

Modus

Modus dividendi per indices ſatis innoteſcit ex iis quæ diximus in priore Capite.

Diviſio ſpecioſa.

Si AE Dividatur per A. quotiens erit E, expuncta ſolummodo magnitudine A.

Sed ſi A dividatur per A expungetur quidem A, ſed quotiens erit 1, nam A eſt ſemel in ſeipſa, ſic 10 eſt ſemel in 10.

Si —AE dividatur per —A orietur E, quia ſigna ſunt ſimilia: ſi +AE per —A orietur —E, quia ſigna ſunt diverſa.

Si BCDFG dividatur per B orietur CDFG expungendo B utrobique: ſi per C dividatur orietur BDFG delendo C utrobique: ſi per BCD orietur FG delendo BCD utrobique.

Quod ſi Diviſor nullas habuerit eaſdem literas ſive ſpecies communes cum dividendo non poteſt diviſio aliter fieri quam per lineolam interjectam: ſic divide AB per CD eritur $\frac{AB}{CD}$

Quoniam multiplicando ex AA ſive Aq in BA fit BAAq ſive BAc, id eſt, BA cubus, quæ magnitudo fit etiam ex B in Ac, atque etiam ex A in BAq, ideoque vice verſa ſi BAc dividatur per Aq orietur BA; ſi per B orietur Ac; ſi dividatur per BAq orietur A; ſi BAc dividatur per BAc orietur 1; Nam quod multiplicatio conficit Diviſio diſſolvit.

Si dividas BA—CA per B—C: quoniam adplicando BA ad B oritur A, atque eadem A oritur adplicando —CA ad —C quotiens erit tantum A non A+A, ut forſan putares: ſic

adplica AB+AC+AD+AE+AF

ad B+C+D+E+F

oritur tantum A: oritur inquam tantum A, ut vice verſa per multiplicationem facile explorare potes.

Ideoque ſi videris unam aliquam ſpeciem, ut A in hoc exemplo in omnibus ſpeciebus, ut AB+AC, &c. poteſt fieri omnium ad illam ſpeciem adplicatio, vel ad magnitudines in quas illa ſpecies ducitur, ut fit in exemplo.

Quod ſi una aliqua ſpecies ducatur in plures, ut in exemplo priori: & præterea aliqua alia ſpecies vel duæ aliæ, &c. ducantur in eaſdem, poteſt fieri omnium adplicatio vel ad has eaſdem vel ad illas quæ in has eaſdem ducuntur: adplica

AB+AC+AD+AE+AF+BB+BC+BD+BE+BF

ad B + C + D + E + F

oritur A + B.

In hoc exemplo vides A ductam in B+C+D+E+F, atque in eaſdem ducitur & B; ergo poteſt fieri adplicatio vel ad eaſdem B+C+D+E+F, & orietur A+B, ut fit in exemplo: vel poteſt fieri diviſio per A+B, & orietur B+C+D+E+F.

Eſt quidem modus elegans inveniendi omnes Diviſores per quos ulla magnitudo poteſt dividi—*Franciſci à Schooten*, principio *Math. Univerſalis*, p. 31. lin. 34. dividantur datæ quantitates per—p. 33. lin. penult. a^3bc—ab^2c. quia 5 eſt quinquies in 25, ideo dividendo 25 AB per 5 A oritur 5 B.

Potes

Potes vulgaris Arithmeticæ veſtigia premere & juxta regulas jam ſupra expoſitas quamcunque magnitudinem dividere.

Ut divide Aq+2AE+Eq (A+E Quotiens.

per A+E.

Quæres quoties A in Aq, reſpondetur A, ſcribe in quoto & duc A in diviſorem A + E, fit Aq + AE; ſubtrahe factum ex dividendo juxta regulas Subtractionis antea expoſitas & erit reliquum dividendi Aq+2AE+Eq—Aq—AE, hoc eſt,

AE+Eq Reliquum dividendi.

A+E Diviſor.

Jam repete operationem, & quære quoties A in AE, reſpondetur E, ſcribe E in quotiente, & duc E in Diviſorem, fit AE+Eq, quo ſublato ex reliquo dividendi, nihil reſtat.

Divide cubum per ejus latus: nempe,

adplica Ac+3Aq E+3A Eq+Ec (Aq+2AE+Eq.

ad A+E.

Quære quoties A in Ac, reſpondetur Aq, ſcribe Aq in quoto, & duc Aq in Diviſorem, fit Ac+AqE; tolle factum ex dividendo reſtat

2AqE+3AEq+Ec Reliquum dividendi.

A+E Diviſor.

Quære quoties A in 2AqE, reſpondetur 2AE, ſcribatur 2AE in quoto, & ducatur etiam in Diviſorem, fit 2AqE+2AEq; tolle factum ex reſiduo dividendi reſtabit AEq

$$\frac{AEq+Ec}{A+E}\quad \begin{matrix}\text{Reliquum dividendi.}\\ \text{Diviſor.}\end{matrix}$$

Quære quoties A in AEq, reſpondetur Eq, ſcribe Eq in quoto, & duc Eq in Diviſorem, fit AEq+Ec; quo facto ſublato ex reliquo dividendi, nempe AEq+Ec, reſtat nihil; & Diviſio perficitur.

Rogabis, Quare non potui in hac ultima operatione quærere quoties E altera pars Diviſoris in AEq, quandoquidem E vult dividere AEq, nempe oritur AE, & nihil refert quo ordine ſpecies ſcribantur; ſive A+E ſive E+A, uti prius monitum.

Reſpondeo, Quia A altera pars Diviſoris noluit dividere etiam & Ec; & hoc eſt nihil aliud quam quod in vulgaribus numeris obſervare edoctus es; ubi requiritur ut Dividuus ſit ſufficiens Diviſori.

Potuiſſes quidem incipere ſi voluiſſes cum E, dividendo Ec per E pari ſucceſſu.

Quod ſi hæc magnitudo compoſita dividenda fuiſſet, nempe $\frac{Ac+3AqE+3AEq+Ec+Bc}{}$

per $A+E.$

Primum extrahe quotientem Aq+2AE+Eq, ut ante, ſed quoniam magnitudo non eſt ulterius diviſibilis, fractio erit apponenda, cujus Numerator erit Bc, & Diviſor A+E, Denominator

ſic divide $\frac{bb+bc+AE}{}$

per $b+c$

quia ex bb+bc ad b+c oritur b, non poteſt autem AE dividi per b+c; ideo quotus exprimatur cum fractione, ita, $b\frac{+AE}{b+c}$

CAP.

CAP. VI. *De Proportione.*

1. SI è quatuor numeris datis, primus ita ſe habeat ad ſecundum ut tertius ad quartum; dicuntur quatuor illi numeri proportionales geometrica proportione, quæ conſiſtit in æqualitate rationum, vel in eadem numerorum ad ſe invicem habitudine, numeri geometricè proportionales ſignificantur quatuor punctis (::) ita 7. 9 : : 28. 36.

2, Multiplica tum 7 tum 9 per eundem 4. facti, *viz.* 28. 36, erunt multiplicatis, *viz.* 7. 9. proportionales per 18. 7. elem. 7. 9 : : 28. 36.

Habitudo inter duos numeros appellatur Ratio; inter plures Proportio vocatur; in hac Proportione ratio eſt utrobique eadem, *ſc.* eadem eſt ratio 7 ad 9 quæ 28 ad 36; ratio autem invenitur dividendo antecedentem per conſequentem, ut adplica antecedentem 7 ad conſequentem 9, ita, $\frac{7}{9}$, hoc eſt, $1\frac{2}{7}$, & appellatur hæc ratio ſub-ſuper-bi-partiens ſeptimas; ita etiam adplica 28 ad 36, ſive $\frac{28}{36}$, hoc eſt, $1\frac{8}{28}$, ſive $1\frac{4}{14}$; vel fractionem adhuc ulterius abbreviando $1\frac{2}{7}$, etiam ratio eſt ſubſuperbipartiens ſeptimas.

At ratio 31 ad 7, $\frac{31}{7}$, hoc eſt, $4\frac{3}{7}$ eſt quadrupla ſupertripartiens ſeptimas; quæ ut plenius & planius intelligantur ſciendum quod ratio ſive numerorum habitudo eſt vel æqualitatis, ut 4 ad 4, vel inæqualitatis; eſtque hæc inæqualitatis ratio vel majoris inæqualitatis, ut 8 ad 4, vel minoris, ut 4 ad 8.

Habitudo majoris inæqualitatis in 5 genera diſtribuitur, *ſcil.* multiplicem, ſuperparticularem, ſuperpartientem:

entem: multiplicem ſuperparticularem, & multiplicem ſuperpartientem: pariter habitudo minoris inæqualitatis, ſingulis vocabulis præpoſita præpoſitione ſub; ut ſub-multiplicem, ſub-ſuperparticularem, &c.

1. Multiplex eſt quando major minorem aliquoties continet, ut bis ter, &c. ſine fractione; ſic 12 eſt in ratione duodecupla ad 1, ſextupla ad 2, quadrupla ad 3, tripla ad 4, dupla ad 6; & minor eſt pars aliquota majoris, nempe 6 eſt in 12 bis, ſine fractione.

2. Superparticularis eſt quando major minorem ſemel duntaxat continet & inſuper unam ejus partem aliquotam. *ſc.* dimidiatam, tertiam, quartam, &c. ſi pars aliquota ſit dimidiata $\frac{1}{2}$, ut 3 ad 2, $\frac{3}{2}$, hoc eſt, $1\frac{1}{2}$ dicitur ſeſquialtera; eſt autem 4 ad 3 $\frac{4}{3}$, hoc eſt, $1\frac{1}{3}$ ſeſquitertia; 5 ad 4, ſive $1\frac{1}{4}$ ſeſquiquarta, &c. eſt etiam 1001 ad 1000 $\frac{1001}{1000}$, ſive $1\frac{1}{1000}$ ſeſquimilleſima: atque hic in fractione Numerator ſemper eſt unitas.

3. Superpartiens eſt quando major minorem ſemel duntaxat continet & inſuper aliquot ejus partes aliquotas, ita tamen ut illæ non efficiant unam aliquotam; ſic 8 continet 5 ſemel & inſuper tres unitates, quarum quælibet eſt pars aliquota utpote quinta hujus numeri 5; ipſe autem ternarius, ex illis compoſitus, non eſt pars una aliquota numeri 5, id eſt, non vult dividere 5 ſine fractione: vel breviter, quando major minorem ſemel duntaxat continet cum fractione, cujus Numerator non erit unitas, ita 7 ad 5, ſive $\frac{7}{5}$, hoc eſt, $1\frac{2}{5}$, eſt adhuc ſubdiſtinguendo ſuper-bipartiens quintas, $\frac{8}{5}$ $1\frac{3}{5}$ eſt ſupertripartiens quintas, $\frac{9}{5}$ $1\frac{4}{5}$ eſt ſuperquadrupartiens quintas, &c. $\frac{21}{11}$, hoc eſt, $1\frac{10}{11}$ eſt ſuperdecupartiens undecimas; ſic $\frac{25}{15}$ ſive $1\frac{10}{15}$ eſt ſuperdecupartiens decimas quintas.

4. Multi-

4. Multiplex ſuper-particularis eſt quando major minorem aliquoties continet, ut bis ter, &c. & præterea unam ejus partem aliquotam; ſic 9 ad 4, $\frac{9}{4}$, hoc eſt, $2\frac{1}{4}$, unde quaſi componitur ex multiplici & particulari.

5. Multiplex ſuperpartiens eſt quando major minorem aliquoties continet & aliquot ejus partes aliquotas non efficientes unam aliquotam, vel unitas nequit eſſe in fractione; ſic 11 ad 3, $\frac{11}{3}$, ſive $3\frac{2}{3}$; ita 11 ad 3 eſt ratione tripla ſuperbipartiente tertias, & in exemplo Authoris $\frac{31}{7}$, ſive $4\frac{3}{7}$; 31 eſt ad 7 in ratione quadrupla ſupertripartiente ſeptimas; unde hæc ratio quaſi componitur ex multiplici & ſuperpartiente.

3. Si quatuor numeri ſint proportionales, factus ab extremis æquatur facto à mediis, ut 7. 9 : : 28. 36: = eſt nota æqualitatis: 9x28=7x36; hoc theorema merito catholicum appelletur, cujus uſus ubique eſt inſignis: demonſtratur autem 19. 7. elem. nam ſi ſit 7. 9 : : 28. 36. quoniam 28 & 36 fiunt ex 7 & 9 multiplicatis per 4 erg. per expoſitionem, ut 7. 9 : : 7x4. 9x4. ergo factus ex mediis 9x7x4 neceſſario æquabitur facto ab extremis, nempe 7x9x4.

Pulchre in ſpeciebus ſi ſit B.C : : BA. CA, ex mediis C in BA fit CBA, ab extremis B in CA fit BCA; ſed erit neceſſario CBA=BCA.

4. Hinc ſi 4 habuerint 8, quæritur quot habuerint 10?

5. Duc per auream regulam 8 in 10, & factum divide per 4, hoc eſt, $\frac{80}{4}$=20 quoto, qui eſt quartus proportionalis, *ſcil.* ut 4. 8 : : 10. 20.

Continua Proportio ſignificatur per hanc notam ∺; ſic 1, 2. 4. 8. 16. &c. ∺ ſunt continuè proportionales, nempe

nempe ut 1 ad 2 ita 2 ad 4, & ut 2 ad 4 ita 4 ad 8, &c.

8. In ſpeciebus $\alpha. \beta. \frac{\beta q}{\alpha} \frac{\beta c}{\alpha q}$ &c. ſunt ∺, id eſt, continue proportionales; nam ut $\alpha . \beta :: \beta . \frac{\beta\beta}{\alpha}$ ſive $\frac{\beta q}{\alpha}$, ſed quia adhuc non didiciſti multiplicare fractiones, reliqua differenda ad Cap. 10.

In hac ſerie ſi ultimus terminus ſit ω, & ſumma omnium terminorum progreſſionis deſignetur per Z, erit $Z - \omega$ ſumma omnium antecedentium, & $Z - \alpha$ ſumma omnium conſequentium: & eſto per 12. 5. elem. 10. $\alpha . \beta :: Z - \omega . Z - \alpha$. ergo per theorema catholicum $\alpha z - \alpha q = \beta z - \beta\omega$. ab utraque parte æquationis tolle αz erit $- \alpha q = \beta z - \beta\omega - \alpha z$. utrique parti adde $\beta\omega$ erit $\beta\omega - \alpha q = \beta z - \alpha z$. divide utramque per $\beta - \alpha$ erit $\frac{\beta\omega - \alpha q}{\beta - \alpha} = z$. atque ita vides quomodo ex tribus datis, nempe $\alpha . \beta . \omega$. eruitur ſumma omnium terminorum in progreſſione geometrica. Hæc planius intelligas Cap. 11.

Hæc de geometrica proportione utiliſſima ſunt ad inveſtigationem analyticam anatociſmi vel uſuræ compoſitæ in calce libri: ſciendum autem, quod, quoniam ratio annui fœnoris jam mutatur, loco 19|2 id eſt, 19d. $\frac{2}{10}$, pro una libra per annum reponend. $14\frac{4}{10}$ id eſt, fere 14d. ob. & loco $1\frac{6}{10}$ ratio ſolidorum erit $1\frac{3}{10}$.

Et loco analogiæ 100. 108 :: 1. 1|08

analogia erit 100. 106 :: 1. 1|06

Et Logar. 1|06 eſt 0,02530.

Nota, quod in incremento unius libræ elocatæ pro

certo

certo annorum numero, progreſſio eſt per ſingulos annos geometrica: ideoque *βω.* procreabitur ex 1^{li}. elocata pro certo annorum numero,

nempe ut 1. 2 :: 2. 4. &c.

ſic 1. 1|06 :: 1|06 ad aliud, &c.

Th. 1. Juxta hanc methodum & 1. Theor. computavi, quod una libra elocata ann. 21. dabit in annorum fine $3^{li}.\frac{139}{100}$. pro an. 30. 5^{li}.|43

Th. 3. Et (una libra per annum) intermiſſa 21. annos, dabit $39^{li}.\frac{182}{100}$. pro ar. 30. 79^{li}.|05

Th. 5. Et emptor unius libræ per ann. pro 21. an. deponet in pecuniis numeratis 11^{li}.|76
pro an. 30. 13^{li}.|76

9. Sectio nona Authoris demonſtratur ab *Eucl.* 5. & 7. Elemen.

10. Si binarum rationum, *ſcil.* $\frac{7}{1}$ $\frac{9}{1}$ conſequentes ſint æquales, nempe 1=1, ſunt ut antecedentes, *viz.* 7 ad 9: ſi vero antecedentes ſint æquales (ut in $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{7}$ antecedentes, *ſcil.* 1 & 1 ſunt æquales) ſunt reciproce ut conſequentes, hoc eſt, non ut 9 ad 7, ſed ut 7 ad 9.

nempe ut $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{7}$ :: 7. 9.

15. Quoniam habitudo numerorum ad ſe invicem invenitur dividendo antecedentem per conſequentem, ut adplicando 8 ad 4, oritur $\frac{8}{4}$, hoc eſt, 2; quotus hic appellari ſolet denominator rationis, vel rationis quantitas; etiam & ratio ipſa vocari poſſit; ſic B ad C ratio ſive denominator eſt $\frac{B}{C}$ ita BA ad A ratio eſt $\frac{BA}{A}$ ſive B: etiam BA ad CA ratio eſt $\frac{BA}{CA}$ ſive $\frac{B}{C}$ uti ſatis patet ex legibus Diviſionis ſupra expoſitis.

Ideoque

Ideoque vice-verſa ſi duxeris quotum ſive rationem in conſequentem, id eſt, diviſorem, reſtituetur antecedens, quoniam quod diviſio diſſolvit multiplicatio conficit; ita ex 2 in 4 fit 8, ex $\frac{B}{C}$ in C fit B, ex $\frac{BA}{A}$ (ſive B) in A fit BA, ex $\frac{BA}{CA}$ (ſive $\frac{B}{C}$) in CA fit BA, ut planius infra intelliges.

Oſtendit *Oughtredus* in Sect. 15. rationem antecedentis ad conſequentem componi vel ex ratione antecedentis ad tertium & tertii ad conſequentem, vel ex ratione tertii ad conſequentem & antecedentis ad tertium 7. 9 : : x $\frac{7.A}{A.9}$ item 7. 9 : : x $\frac{A.9}{7.A}$.

Ratio ex rationibus componi dicitur quando rationum quantitates inter ſe multiplicatæ aliquam effecerint rationem per quintam defin. ſexti Elem. id eſt, cum rationes inter ſe multiplicatæ vel earum denominatores inter ſe multiplicati effecerint rationem; ſic 4 eſt ad 2 in ratione dupla, denominator eſt 2; & 9 eſt ad 3 ratione tripla, cujus denominator eſt 3; ratio autem ex his rationibus compoſita, ex dupla in triplam fit ſextupla; *ſcil.* ex 2 in 3 denominatoribus in ſe invicem ductis fit 6, denominator rationis ſextuplæ; vel quoniam denominatores 2 & 3 ita exprimi poſſint, $\frac{4}{2}$ $\frac{9}{3}$ ex $\frac{4}{2}$ in $\frac{9}{3}$ fit $\frac{36}{6}$, denominator rationis ſextuplæ.

Hinc ſi ratio in eandem rationem (id eſt, in ſe) ducatur, facta erit illa ratio duplicata; ſic rationis 8 ad 4, denominator eſt 2; ex 2 in 2 fit 4, denominator rationis quadruplæ; triplicetur hæc ratio multiplicando factum 4 iterum per 2 fiet 8, denominator rationis octuplæ; & ex 2 in 8 fit 16, quadruplicando, &c. ideoque

que in continue proportionalibus ubi ratio eſt eadem ut

64. 32 16 8 4 2 1 } ∺
729. 243 81 27 9 3 1 }

Prima 64 eſt ad ſecundam 32 in ratione dupla quæ eſt ſimpla; ad tertiam 16 in eadem ratione dupla duplicata; ad 8 in ratione dupla triplicata: ſiquidem 8 octies continetur in 64: ita 729 eſt ad 81 in ratione tripla duplicata, ad 27 in eadem ratione triplicata; unde apparet magnam eſſe differentiam inter rationem duplam & duplicatam, item triplam & triplicatam, ex. gr. 9 non eſt ad 1 in ratione dupla ſed noncupla, eſt tamen 9 ad 1 in ratione 3 ad 1 duplicata, quia denominator rationis triplæ 3 in ſeipſum facit 9, neque ſemper duplicatur ratio, ſi multiplicetur per 2, ex. gr. 3 eſt ad 1 in tripla ratione; hujus dupla eſt ſextupla, ſed duplicata eſt quando ducitur tripla in ſeipſam, unde fit noncupla; ſic etiam ſi ratio 3 ad 1, nempe tripla, triplicetur, ut ita dicam, fit ratio tantum duplicata, *ſc.* 9 ad 1 in ratione 3 ad 1, ſed 27 ad 1 eſt in tripla ratione triplicata, id eſt, ex 3 in 3 fit 9, & ex 3 in 9 fit 27.

Demonſtratio hujus rei pendet ex hoc generali Theoremate, quod ratio duorum quorumlibet numerorum componitur ex ratione antecedentis ad tertium, &c.

Ut ſumantur ad libitum 20 & 5, ſumatur etiam ad libitum quilibet numerus ſive major alterutro 20 vel 5 ſive minor nihil intereſt, ſed planioris demonſtrationis cauſa accipe 10.

Dico rationem 20 ad 5, quæ eſt quadrupla, componi ex ratione 20 ad 10, & ex ratione 10 ad 5; nam denominator rationis prioris eſt $\frac{20}{10}$ ſive 2; etiam & poſterioris $\frac{10}{5}$ ſive 2; ſed ex 2 in 2 fit 4 denominator ra-

tionis quadruplæ; ſic ex $\frac{20}{10}$ in $\frac{10}{5}$ fit $\frac{200}{50}$, hoc eſt, 4.

Quod univerſaliter ita ſe habere, quidam demonſtrarunt aſſumpto hoc principio, cujus veritatem hic ſupra oſtendimus, *viz.* denominatorem rationis multiplicatum in conſequentem producere antecedentem.

A ad C cujus denominator eſto F; hæc ratio componitur ex ratione A ad B, cujus denomin. D; & ex B ad C, cujus denom. E; dico F componi ex D in E: nam ab aſſumpto principio FC=A=DB= erg. FC=DB. erg. per 19.7. F.D :: B.C; ſed quoniam E eſt denomin. rationis B ad C, eſt etiam E denominator rationis F.D. ergo ab aſſumpto principio DE=F. quod erat dem. *Oughtredus* ſic demonſtrat, 7. 9 :: 7 x A. 9 x A per 17. 7. & Sect. 2. hujus: ſed ratio 7 A ad 9 A manifeſte componitur, operante arithmetico, ex 7 ad A, cujus denominator $\frac{7}{A}$; & A ad 9, cujus denominator $\frac{A}{9}$ nempe ex $\frac{7}{A}$ in $\frac{A}{9}$ fit $\frac{7A}{9A}$ ut planius intelliges ad Cap. 10. & 7 A rectangulum eſt ad rectangulum 9 A, in ratione quæ ex lateribus componitur per 23. 6.

Item quoniam ut 7. 9 :: 7A. 9A. 7A ad 9A ratio componitur ex $\frac{A}{9}$ & $\frac{7}{A}$.

Hinc in pluribus magnitudinibus, quot libuerit, ut A B C D E, erit ratio primæ A ad ultimam E compoſita ex A ad B, B ad C, C ad D, D ad E, quia, ut ante, A ad E componitur ex A ad D & D ad E; verum A ad D componitur ex A ad C & C ad D; quinetiam A ad C componitur ex A ad B & B ad C; ideoque ratio A ad

A ad E componitur ex omnibus intermediis rationibus, & in continue proportionalibus, ut 1.2.4.8.16.32.&c. ubi ratio eſt eadem, tertia ad primam compoſita erit ex ratione prima in ſe ducta, id eſt, duplicata quarta ad ad primam in eadem triplicata.

Ab eodem aſſumpto principio facile eſt ſpecioſe demonſtrare Theorema catholicum, *ſc.* factum ex mediis = facto ab extremis A. B :: C. D. ſit enim B rationis denominator ergo

EB=A & ED=C. ergo ut EB. B :: ED. D.

ſed BED=EBD. quod erat dem.

Aq eſt in duplicata ratione radicis A ad 1, nam ex $\frac{A}{1}$ in $\frac{A}{1}$ ſit $\frac{Aq}{1}$ id eſt. Aq,

Et quadrata ſunt in duplicata ratione laterum, *ſc.* Aq ad Bq, in ratione A ad B duplicata, nam ex $\frac{A}{B}$ in $\frac{A}{B}$ ſit $\frac{Aq}{Bq}$ ut planius ad Cap. 10. intelliges; nimirum horum quibuſdam per anticipationem fere dictis.

16. Inventio quarti Proportionalis, &c.

Hic Clariſſimus Author utitur ſinubus naturalibus, multiplicando & dividendo juxta auream regulam, jam verò ad unum fere omnes utuntur ſinubus artificialibus, id eſt, logarithmis; nempe in analogia, logarithmi terminorum ſecundi & tertii adduntur, & ſi ſummæ ſubtrahatur logar. prim. reſtabit logarithmus quarti proportionalis; utile erit ad azymuthum, id eſt, diſtantiam ſolis à meridiano inveniendum exempla proponere, nempe maxima declinatio ſolis eſt 23°. 30'. plurimi

 nuper

nuper ſtatuerunt 23°.31′. Sed Aſtronomia Carolina mavult retinere 23°. 30′.

Eſto Sol in ſecundo gradu Tauri, id eſt, diſtans à puncto æquinoctiali proximo 32°. & eſto ſolis altitudo 40°. cujus complementum eſt 50 grad. ſit denique poli elevatio 52°. 15′. cujus compl. eſt 37°. 45′. Vide *Wingati* Aſtron. Probl. 25. in Appendice.

Probl. data ſolis maxima declinatione, una cum diſtantia ſolis à proximo æquin. puncto, invenire præſentem ejus declinationem: analogia erit rad. ſin, diſt :: ſin, max, declin. ſin, declin. præſ.

ut rad. 90.	10,000000	
ad ſin. diſt. 32.	9724210	addantur.
ita ſin. max. decl. 23°. 30′.	9600700	
ſin. præſ. decl. 12°. 12′.	19324910	

ex hac ſumma radius primo loco poſitus auferendus, ſed non opus eſt ut ſubſcribatur, ſatis eſt vel negligere vel obliterare primam unitatem, ut ſinus quærendus in tabulis ſit 9324910. *viz.* logar. 12°. 12′. id eſt, declin. ſolis ab æquatore, quando ſol eſt in ſecundo gradu tauri: deinde eorum gratia quæ ſequuntur ex 90 grad. tolle 12°. 12′.

viz. ex	89°	60′.
tolle	12	12
reſt.	77	48. Diſtantia ſolis à polo mundi.

Tum vide *Wingat.* ibidem, Probl. 27. ad azymuthum inveniendum per duas operationes.

Ex datis coſ. elev. poli,	37°	45′	addantur.
diſt. ſolis à polo mundi,	77	48	
coſ. alt. ſolis,	50	00	
ſumma trium,	165	33	
Ex ſemiſumma,	82	46. 30″. vel ex 81°. 106′.	
tolle diſt. à polo mundi,	77	48. tolle 77 48	
reſt. differentia,	4	58. reſt. 4 58	

Prim. analogia erit ut rad.	10,000000	
ad compl. ſ. elev. 37°. 45′.	9 786905	add.
ita compl. ſ. alt. 50	9 884254	
ad quartum ſinum	9 671159. ſum.	

Secund. anal. erit ut 4^tum ſi.	9 671159	
ad ſin. ſemiſummæ 82. 46.	9 996530	add.
ita ſin. differentiæ 4. 58.	8 937398	
ex hac ſumma	18 933928. ſum. ex qua primus term. toll.	
tolle quartum ſinum	9 671159. 1mo loco anal. poſit.	
ad ſinum ſeptimum	9 262769. reſt.	
cui addatur radius	19,262769.	

hujus ſummæ pars dimid. 9.631384. erit ſinus arcus cujus compl. duplus arcus eſt azymuthus quæſitus ab aquilone.

Quære igitur ſin. 9631384 in tab. logar. ut vocabulum in Dictionario reperies eum reſpondere grad. 25. 20. cujus dupl. *viz.* 50. 40′. eſt azym. ab auſtro; & comp. 64. 40′. cujus dupl. 129. 20. eſt azym. ab aquilone.

Ut ſecunda operatio facilius perficiatur, jam uti ſolent complemento Arithmetico, quando rad. non eſt in primo loco analogiæ; eſt autem compl. Arithm. in quovis logarithmo, reſiduum ultimæ figuræ ad 10, & reliquarum omnium ad 9, quod currente oculo elicitur.

Sic quarti ſinus, nempe, 9671159.

Compl. Arithm. eſt 0328841. hoc complementum ſecundo & tertio terminis addendum, ut ſumma omnium (dempta unitate prima vel radio, ut in prima operatione, quando radius erat in primo loco) ſit logarithmus exhibens ſinum ſeptimum ſine formali ſubſcriptione & ſubtractione; opus hoc modo renovatum ſic ſtabit.

Secunda analogia erit;

ut iſte 4^{tus} ſin. cujus compl. arith.	0328841	
ad ſin. ſemiſummæ 82. 46.	9996530	add.
ita ſin. differ. 4. 58.	8937398	
ad ſin. ſept. ut ante ſum. trium	9262769.	

Ratio hujus operationis eſt quia abjiciendo radium in ſumma trium non ſolum ſubtraxi compl. quod addidi, ſed & ipſum ſinum quartum facili litura; puta, prout ex 9 ſublato 4, idem numerus reſtabit, nempe 5; ſi ad 9 addam 6, (*viz.* 6 eſt compl. arith. n̄i 4 ad 10) modo ex ſumma 15 tandem adimam 10, quod ad aſtronomica quæ ſequuntur, ea melius petuntur à nuperis Authoribus.

18. Partes ſexageſimæ, puta 45, convertuntur in decimales dividendo per 60, *ſcil.* per auream regulam; ſi 60 habuerint 45, quot habuerint 100? nempe 0|75 ſive $\frac{75}{100}$; & quoniam denominator in hac fractione decimali tribus figuris exprimitur, ideo diviſio per 60 re-

movet

movet lineam ſeparatricem uno loco verſus ſiniſtram.	In ex. ſcrup. ſequ. incipit dividere $44''''$ (cyphris ut opus additis) oritur 75 ſupra ſcript. &c.

Æquinoctialis dividitur in 360 gradus, id eſt, 24×15,

& ſumuntur 15 gradus pro una hora.	In exem. dividit primum numerum per 6, & quotum infra ſcriptum per 60, quod æquipollet diviſioni per 6 in 60, i. e. per 360.

25. Eſto A. E :: M—A. E—N; quoniam factus ab extremis æquatur facto ex mediis, EM—AE=AE—AN. & tranſpoſitis ſpeciebus ab una parte æquationis in alteram, ſub ſignis contrariis, ut infra doceberis, Cap. 16. exurget 2AE—ME=AN. ideoque utraque parte diviſa per 2A—M fiet $E=\frac{AN}{2A-M}$.

CAP. VII. *De maxima communi menſura*, &c.

Docuit *Euclides*, lib. 7. Definit. 11. numerum illum eſſe primum quem unitas ſola metitur; hoc eſt, dividit, ita, 2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31, &c. ſunt omnes primi: atque idem *Euclides*, ibidem, Definit. 12. definit illos numeros primos inter ſe eſſe, quos ſola unitas communis menſura metitur, ut 15. 8. ſunt inter ſe primi; nam quanquam 15 dividi poteſt tum per 3 tum per 5, & 8 dividi poteſt tum per 2 tum per 4, tamen nullus horum (3 5 2 4) utrumque tum 15 tum 8 dividet, ſed ſola unitas eſt utriuſque communis menſura.

Jam quoniam ſæpe fit quod duo vel plures numeri non primi inter ſe quandoque dividi poſſint à pluribus menſuris ſive diviſoribus ut 512 256 dividi poſſint per

256 128 64 32 16 8 4 2, docuit *Euclides*, in Propoſitione 2. ſeptimi El. quomodo in non primis inter ſe numeris, maxima communis menſura ſive maximus eorum diviſor inveniatur, nempe perpetua diviſione majoris per minorem & diviſoris per reliquum: & diviſor ille qui primus dividuum ſuum metitur, abſque ullo reliquo, maxima erit utriuſque numeri dati communis menſura; quæ ab *Euclide* huc tranſtulit *Oughtredus*, fractionum cauſa; nam eadem fractionis quantitas ſive ratio exprimi poteſt per diverſos numeros, ut in his omnibus fractionibus $\frac{512}{256}$ $\frac{256}{128}$ $\frac{128}{64}$ $\frac{64}{32}$ $\frac{32}{16}$ $\frac{16}{8}$ $\frac{8}{4}$ $\frac{4}{2}$ $\frac{2}{1}$ eadem eſt ratio, *ſcilicet*, dupla, jam frequenter valde conducit ut eandem fractionem habeas in minimis numeris in quibus poteſt exprimi, ut pro $\frac{512}{256}$ ſcribas $\frac{2}{1}$.

Vidiſti autem in ſecunda Sectione ſexti hujus, quod ſi idem numerus duos datos numeros 512 & 256 dividat, quoti erunt diviſis proportionales, id eſt, in eadem ratione cum diviſis; quinetiam ſi dividas eoſdem duos vel quoſlibet alios per maximam communem menſuram, habebis duos quotos in eadem ratione cum diviſis & in minimis numeris in quibus ratio iſta poteſt exprimi, ut demonſtratur in 35. 7. elem. ut ſi dividas 512 & 256 per 256, qui eſt maximus numerus, qui poteſt utrumque tum 512 tum 256 dividere, quoti erunt 2 & 1, qui ſunt minimi in eadem ratione cum 512 & 256.

a
31 124 155
31) 124) 155) 744) 899 (1414
124 124 620 744

In

In exemplo divide 899 per 744, pone 1 in quotiente; & quoniam 1 nihil mutat, tolle 744 ex 899, relinquitur 155, per quem divide diviſorem 744, oritur 4; ſcribe 4 in quoto, & per 4 multiplica 155, fit 620, quem tolle ex 744, relinquitur 124, per quem divide ultimum diviſorem 155, oritur 1; ſcribe 1 in quoto, & tolle 124 ex 155, reſtat 31, per quem divide 124, oritur 4; ſcribe 4 in quoto; & per 4 multiplica 31, fit 124, qui ſi tollatur ex 124, reſtat 0; ideoque ultimus diviſor 31 dividens penultimum 124 ſine reliquo erit maximus diviſor ſive communis menſura, qui poteſt dividere 899 & 744, & revera ſolus, nam 2 vult dividere 744, ſed non vult dividere 899.

In noſtro exemplo divide 512 per 256, oritur 2, ex quo ducto in 256, fit 512, quo ſublato ex 512, manet 0, ergo 256 eſt maxima communis menſura; ſunt autem plures minores, ut ſupra videre licet.

In ſpeciebus potes dividere 3Aq & 6A per 3A, maximam utriuſque communem menſuram, quotientes erunt A & 2.

Adplica 4Acc & 6Aqq ad 2Aqq, quotientes erunt 2Aq & 3; hic 2Aqq eſt maxima communis menſura, ſunt autem minores menſuræ, 2. 2A. 2Aq. 2Ac. A. Aq. Ac. Aqq. quæ omnes poſſunt dividere 4Acc & 6Aqq.

Hinc fractiones ſpecioſæ facile abbreviantur, dividendo per maximam ipſarum communem menſuram; nempe $\frac{BqA}{Bqc}$ reducitur ad $\frac{A}{C}$ dividendo per Bq maximam communem menſ.

3. In

3. In operatione Proportionis, ut 12. 8 : : 15. 10. ducendus eſt ſecundus terminus in tertium, & factus dividendus per primum ad quartum (viz. 10 in exemplo) inveniendum, quod ubi numeri multiplicandi & dividendi ſunt magni tædium parit; jam vero quoniam ſæpe fit ut rationes facile reducantur ad minimos terminos, hinc Proportionis operatio ſæpe facilitatur, ita ratio 12. 8. reducitur ad 3. 2. erg. 3. 2 : : 15. 10. & permutando 3. 15 : : 2. 10. hic 3. 15 reducitur ad 1. 5. erg. 1. 5 : : 2. 10. ſive 1. 2 : : 5. 10. ut in exemp.

1
~~3~~ 2 5.
~~12~~ 8 : : 15. 10.

CAP. VIII. *De Partibus.*

3. QUam rationem habet numerator ad denominatorem eandem habet quantitas ſignificata ad unitatem, 4. 5 : : $\frac{4}{5}$. 1.

R. S : : $\frac{R}{S}$. 1. nam per auream regulam & Cap. 10. hujus R. S : : $\frac{R}{S}$. $\frac{SR}{SR}$. ſed $\frac{SR}{SR}$ valet unitatem, quia denominator eſt æqualis numeratori: ſic in numeris $\frac{12}{12}$ = 1.

CAP.

CAP. IX. *De Additione & Subductione partium.*

1. FRactiones ſunt ejuſdem ſpeciei quando eoſdem habent denominatores, ut 12 & 12 in his fractionibus $\frac{4}{12}$ $\frac{10}{12}$; & tum ſive Additionis ſive Subtractionis, operatio eſt plana & facilis in numeratoribus partium peragenda ad eum modum quo fit in integris, ut in exemplo hic poſito addendo, ſumma erit 4 + 10, id eſt, $\frac{14}{12}$, vel ſubtrahendo 10—4, id eſt, $\frac{6}{12}$.

Sed ſi ſint diverſarum ſpecierum, id eſt, ſi diverſos habeant denominatores, ut 12 & 3 in his fractionibus $\frac{10}{12}$ $\frac{4}{3}$, reduci debent prius ad eundem denominatorem; id autem hac arte optime fieri poteſt dividendo denominatores 12 & 3 per maximam ipſorum communem menſuram, quæ hic erit 3; divide ergo 12 per 3, oritur 4; & 3 per 3, oritur 1; ita habes duos quotos, nempe 4 & 1, numeros primos & minimos in eadem ratione cum 12 & 3; ſi igitur hos quotos 4 & 1 alternè ducas in 12 & 3, ſive per crucem, ita,

$$\begin{matrix} 12 & & 3 \\ & \times & \\ 4 & & 1 \end{matrix}$$

habebis ex alterna multiplicatione numerum eundem factum ex 12 in 1 atque ex 3 in 4, nimirum 12, qui numerus 12, hac arte inventus, minimus eſt numerus, qui dividi poteſt tum per 4 tum per 3, ut demonſtratur apud *Euclid.* 36. 7. El.

Jam prout hactenus hos quotos multiplicaſti alterne in denominatores 12 & 3, pro novo & communi denominatore 12 ita debes & alterne multiplicare eoſdem quotos 4 & 1 in numeratores 10 & 4; alterne (inquam) ſive per crucem,

ita

ita, $\frac{10}{4} \times \frac{4}{1}$ unde ex 1 in 10 fit 10, ex 4 in 4 fit 16. fiunt, inquam, 10 & 16 pro novis numeratoribus, in quibus additio vel ſubductio facienda eſt, & ſummæ denique vel differentiæ communis ille denominator 12 ſubſcribendus, totum opus ita ſtaret,

	26		ſum. novorum numerat.
	10 +	16	novi numeratores
	10	4	numeratores
Max. com. menſ. 3)	12	3	denominatores.
	4	1	quoti
	12		novus denominator ex alterna multiplicatione.

Ratio quare idem numerus 12 exurgit ex alterna iſta multiplicatione petenda eſt ex 2. 6. hujus, & 18. 7. Ele. quoniam 4 & 1 ſunt in eadem ratione cum 12 & 3. *ſc.* 4. 1 : : 12. 3. ergo per Theorema catholicum 1 x 12 = 3 x 4; hoc artificio inventi ſunt novi numeratores ad novum denominatorem in iiſdem rationibus cum iis qui primo poſiti erant, & ratio eſt, quia per eandem 18. 7. alterne multiplicas duos 4 & 3 primo poſitos per quotum eundem 4, unde fiunt facti, *ſc.* 16. 12. multiplicatis proportionales 4. 3 : : 16. 12.

Potuiſti mox pro novo denominatore multiplicaſſe denominatores 12 & 3 in ſe invicem, unde factus fuiſſet 36 pro novo denominatore, ſed potius dividis per max. comm. menſ. ut rationes habeas in minimis numeris.

ſum.

ſum.nov.numer.	67					152
novi numerat.	39	+	28	57	8	5 —
numeratores	13		7	19	1	144
integer in medio	—	2	— eſt 3 —	auſer. è 6 —		57
max.cō.menſ.4)	16		12	6)48	18	3 —
						144
quoti	4		3	quoti 8	3	95
						2 —
novus denominator	48					144 ℞
				novus denom. 144		

Integer 2 qui in medio ponitur non conſideratur in prima operatione, ſed ex 3 quoto in 13 & quoto 4 in 7 fiunt 39 & 28 pro novis numeratoribus, qui adduntur per ſignum + & ſumma eſt 67, adeo ut fractiones jam tandem additæ ſint $\frac{67}{48}$, quæ fractio vocatur impropria, & eſt unitate major, quia numerator eſt denominatore major, & dividendo numeratorem per denominatorem reſolvitur in $1\frac{19}{48}$ quibus additis ad integrum 2 in medio, erit ſumma $3\frac{19}{48}$.

Eodem modo in ſecundo exemplo, quod eſt ſubtractionis, emergunt tandem $3\frac{57}{144}$ auferend. è $6\frac{8}{144}$ oſtendit operandi modum in reliquis numeris juxta poſitis, qui ab imperitis accipi poſſint pro alio exemplo, quoniam non potes tollere $\frac{57}{144}$ ex $\frac{8}{144}$, reſolvit igitur $6\frac{8}{144}$ in $5\frac{152}{144}$, nam $\frac{144}{144}$ valet unitatem, adde $\frac{8}{144}$, ſumma eſt $\frac{152}{144}$; jam ergo tolle 3 ex 5 reſtat 2, & tolle 57 ex 152, reſt. 95, ideoque $2\frac{95}{144}$ erit ℞ ſive reſiduum.

In ſpeciebus eſto exemplum additionis, adde $\frac{A}{B}$ & $\frac{Z}{\cdot}$ ſum. $\frac{A+ZB}{B}$ reſolve integrum Z in fractionem ſub-

ſcribendo

ſcribendo unitatem, ità, $\frac{A}{B} \times \frac{Z}{1}$ tum quia denominatores B & 1 non habent communem menſuram, multiplica B in 1 pro denominatore, & decuſſatim, tam 1 in A quam B in Z pro numeratoribus, quos conjunge per ſignum + pro ſumma.

Eſto exemplum ſubtractionis; ex $\frac{A}{B}$ tolle $\frac{B}{C}$ reſtat $\frac{CA - Bq}{BC}$ duc B in C pro novo denominatore, & decuſſatim, tam C in A quam B in B pro novis numeratoribus, quos conjunge per ſignum — pro differentia.

Eſto exemplum additionis ubi opus eſt communi menſura.

BE + DA novi numeratores
B + D numeratores

max. com. menſ. C.)CA × CE denominatores
A E quoti

CAE novus denominator ex altern. multip.

Breviter ita ſpecioſe demonſtratur BE novum numeratorem eſſe ad CAE novum denominatorem, ut B ad CA per 2 ſexti hujus, ut B. CA : : B×E. CA×E. *ſc.* duobus, B & CA multiplicatis per eundem E.

Si denominator ſit idem utrobique, ut $\frac{A}{B}\,\frac{Z}{B}$ non opus eſt ut ſcribas $\frac{AB + ZB}{BB}$ ſed ſufficit ut in nume-

ratoribus

ratoribus partium fiat additio, ita, $\frac{A + Z}{B}$

in compoſitis ſpeciebus ad AB + DE adde A + E.

$$\frac{AB + DE}{A + E}$$

ſtatuantur ita, $\frac{AB + DE}{A + E} \times \frac{A + E}{1}$

ſumma erit $\frac{AB + DE \text{ plus } Aq + 2AE + Eq.}{A + E}$

Si ſpecies adjunctas ſibi habuerint fractiones numerales, ut ad $\frac{1}{2}$B adde $\frac{1}{4}$ C, quoniam $\frac{1}{2}B = \frac{B}{2}$ ſcribe ita,

ad B adde C

max. c. m. 2.) 2 ✕ 4 ſumma erit $\frac{2B + C}{4}$

quoti 1 2

nov. denom. 4

Quod additio conficit ſubtractio diſſolvit, ergo ex } $\frac{2B + C}{4}$ tolle $\frac{C}{4}$

$$\frac{2B + C - C}{}$$

max. cō. m. 4) 4 ✕ 4

quoti 1 1

novus denom. 4

In hoc exemplo quum unitas nihil mutat, & $-\frac{C}{4}$ expungit $+\frac{C}{4}$, relinquitur $\frac{2B}{4}$, id eſt, $\frac{B}{2}$ dividendo tam numeratorem quam denominatorem per 2, atque idem evenit ac ſi in numeratoribus partium operatio mox peracta fuiſſet.

Ex

Ex $\frac{3}{4}$B tolle $\frac{2}{10}$A, quoniam $\frac{3}{4}$ B $=\frac{3B}{4}$, nam ex $\frac{3}{4}$ in $\frac{B}{1}$ fit $\frac{3B}{4}$, ut proximo Capite patebit. Scribe $\frac{3B}{4}$ & $\frac{2A}{10}$.

	15B —	4A	novi numeratores	
	3B	2A	numerat.	
max. cō. menſ. 2)	4	10	denomin.	
quoti	2	5		differentia eſt $\frac{15B-4A}{20}$
novus denom.	20			

CAP. VIII.

De Multiplicatione & Diviſione partium.

IN fractionibus $\frac{3}{4}$x$\frac{6}{8}$ 3 & 8 ſunt heterologi termini, *ſcil.* unus numerator, alter denominator; 3 & 6 homologi, *ſcil.* uterque eſt numerator.

Scire te oportet quod operationes multiplicationis & diviſionis præſtari poſſint ſine reductione, ſed ſæpe conducit terminos reducere, ut fractiones ſive rationes exhibeantur in minimis numeris; ſic in $\frac{512}{256}$ termini diviſi per max. comm. menſ. *ſcil.* 256, comparantur, id eſt, reducuntur ad minimos terminos, *ſc.* ad $\frac{2}{1}$

Memoriæ cauſa, & cum grano Poeticæ licentiæ, regula eſto,

Comparat in fractis multiplicatio cruces.

Duc $\frac{9}{16}$ in $\frac{20}{27}$; ſtatuantur ita,

quoti

quoti 1 x 5

$$\frac{9}{16} \times \frac{20}{27} \text{ fit } \frac{5}{12}$$

quoti 4 x 3

quoti ex 16 & 20 diviſis per max. com. menſ. 4, ſunt 5 & 4; & quoti ex 9 & 27 diviſis per max. com. menſ. 9 ſunt 1 & 3.

ex quotis homologis 1 x 5 & 4 x 3 fit $\frac{5}{12}$.

quotus 4

ſic ex $\frac{8}{9}$ in $\frac{5}{6}$ fit $\frac{20}{27}$ max.com.menſ.in 8 & 6 eſt 2.

3 quotus.

Unde fiunt quoti 3 & 4; ſed 5 & 9 non delentur, quia non habent ullam menſuram communem, ſed ſunt in minimis terminis.

3. Quod ſi integri partibus ſint immixti, reſolvendi ſunt integri in partes;

duc $\frac{5}{1}$ in $3\frac{1}{4}$, reſolve $3\frac{1}{4}$ in $\frac{13}{4}$ per 6. 8. hujus;

& ſtatuantur ita, $\frac{5}{1} \times \frac{13}{4}$ fit $\frac{65}{4}$

In ſpeciebus duc $\frac{A}{B}$ in B, præſtat B integrum in formam fractionis reducere, ut antea in Additione monui; ita, $\frac{A}{B}$ in $\frac{B}{1}$; & quoniam Diviſio per max. com. menſ. peragitur ſola ejuſdem expunctione, nempe utrobique deletur in dividendis; ergo in exemplo uterque terminus heterologus, *ſcil.* B utrobique deletur, quia B eſt in B. 1. & iterum B eſt in B ſemel; ſed quoniam unitates nihil mutant, non exprimuntur; & factus eſt ſolum A.

E Aliter

Aliter exemplum ita ſtaret, 1 quotus.

B eſt max.com.menſ.ex $\frac{A}{B}$ in $\frac{B}{1}$ fit $\frac{1A}{1}$, hoc eſt, A.

quotus 1

quotus E

ex $\frac{BcE}{D}$ in $\frac{M}{BcA}$ fit $\frac{Em}{DA}$. Bc eſt max. comm. menſu.

A quotus.

ex $\frac{A}{B}$ in $\frac{Z}{1}$ fit $\frac{zA}{B}$

ex $\frac{A}{B}$ in $\frac{zA}{c}$ fit $\frac{zAq}{Bc}$

In his exemplis nulla eſt max. comm. menſura ſive litera communis in ſpeciebus per crucem; ideoque ſpecies homologæ mox in ſe multiplicantur.

In Diviſione, in hoc Capite & alibi, ante hanc lunulam) ſtat Diviſor, Quotiens autem poſt hanc (

Divide $\frac{15}{28}$ per $\frac{9}{16}$; divide homologos terminos 15 & 9 per max. com. menſ. 3; etiam & 16, 28 per ſuam max. comm. menſ. 4: & tum multiplica heterologos quotos pro quotiente: & nota, quod ſemper denominator quotientis fit ex numeratore diviſoris & denominatore dividendi. Statuatur exemplum ita,

3 5 quoti

3 eſt max. com. menſ. $\frac{9}{16}$) $\frac{15}{28}$ ($\frac{20}{21}$

4 eſt max. com. menſ.

4 7 quoti

5 eſt max. com. menſ. $\frac{8}{15}$) $7\frac{2}{5}$ ($\frac{111}{8}$ ($13\frac{7}{8}$

(over $7\frac{2}{5}$: 37)

3 1 quoti

In

In hoc exemplo 37 fit ex 7 integro reſoluto in partes, multiplicando 7 per denominatorem 5, unde fit $\frac{35}{5}$, cui adde $\frac{2}{5}$, ſumma erit $\frac{37}{5}$.

$\frac{111}{8}$ eſt impropria fractio quæ reſolvitur in integros cum partibus, nempe in $13\frac{7}{8}$ dividendo 111 per 8.

In ſpeciebus ipſe *Oughtredus* integros deſcripſit per modum fractionis ſubſcripta unitate, ut $\frac{D}{1}$ $\frac{Bc}{1}$, &c.

$\frac{Ac}{C}\Big)\frac{Bc}{D}\Big(\frac{BcC}{DAc}$ { In hoc exemplo per c minorem intellige cubum, ut A cubum, B cubum.

Divide $\frac{DC}{BF}$ per $\frac{DA}{BE}$ quotiens erit $\frac{CE}{AF}$.

Statuantur ita,

quoti A C

D eſt max. com. menſ. $\frac{DA}{BE}\Big)\frac{DC}{BF}\Big(\frac{CE}{AF}$

B eſt max. com. menſ.

quoti E F

Divide $\frac{1}{2}$ B per $\frac{1}{2}$ C; & ſtatuantur ita,

$\frac{C}{2}\Big)\frac{B}{2}\Big(\frac{B}{C}$ 2 eſt max. com. menſ.

Divide $\frac{1}{2}$ B per $\frac{1}{5}$ C; ſtatuantur hoc pacto,

$\frac{C}{5}\Big)\frac{B}{2}\Big(\frac{5B}{C2}$ non datur max. com. menſ.

Ex methodo Multiplicationis expoſita vides, quod ſi fractio aliqua ut $\frac{A}{B}$ multiplicetur per denominatorem B, fiet productus tantum numerator A, hoc modo, $\frac{A}{B}$ in $\frac{B}{1}$ fit $\frac{AB}{B}$ hoc eſt, A, quod ſi ſpecies ſint mixtæ, ut $\frac{A+B}{C}$ in $\frac{E+D}{E}$ poſſis per leges Additionis eaſdem prius in unam fractionem compingere,

 ità

ita, $\frac{Ac+B}{C}$ in $\frac{Eq+D}{E}$ fiet $\frac{AcEq+AcD+BEq+BD}{CE}$.

Similiter ſi fractiones ſint compoſitæ,

duc $\frac{A}{B}+\frac{C}{D}$ in $\frac{E}{F}+\frac{G}{H}$ pro $\frac{A}{B}+\frac{C}{D}$ ſcribe $\frac{DA+BC}{BD}$.

& pro $\frac{E}{F}+\frac{G}{H}$ ſcribe $\frac{EH+FG}{FH}$ tum operatio ſtabit hoc pacto, ex

$\frac{DA+Bc}{BD}$ in $\frac{EH+FG}{FH}$ fit $\frac{DAEH+DAFG+BcEH+BcFG}{BDFH}$.

Si velles unitatem deſignare per quemlibet denominatorem, puta B, ſcribe $\frac{B}{B}$.

Quis numerus eſt $\frac{2}{7}$ è 21, multiplica 21 per $\frac{2}{7}$, nam ut 1 $\frac{2}{7}$ :: 21. 6. vel ut 7. 2 :: 21. 6. nam integer 1 valet $\frac{7}{7}$ ac ſi eſſet ut $\frac{7}{7}$ $\frac{2}{7}$: 21. 6.

CAP. XI.

Via ad Æquationem analyticam ſternitur.

1. SUnto duæ magnitudines, major & minor; dico cubum è ſumma utriuſque conſtare, ex cubo majoris plus triplo quadrato majoris ducto in minorem, plus quadrato triplo minoris ducto in majorem plus cubo minoris; quod breviſſime & clariſſime phantaſiæ juvandæ gratia ſymbolis ita exprimatur;

Dico, C: A+E. = Ac + 3AqE + 3AEq + Ec.

A + E, ſive ſumma duarum magnitudinum appellatur binomium. A—E, ſive differentia appellatur reſiduum ſive apotome, ut ex 10 Elem. diſcas.

2. Quoniam eadem magnitudo variis ſymbolis exprimi poteſt hinc emergunt æquationes, *ſcil.* ſumma deſignari poteſt vel per Z, vel A + E; ergo Z=A+E.

Differentia exprimitur vel per X, vel per A—E; erg. X=A—E quadretur utraque pars æquationis erit Zq = Aq + 2AE + Eq: etiam & Xq = Aq— 2AE + Eq; ideoque Zq — Xq = 4AE: nam per Sect. 4. Cap. 3. ex Aq+2AE+Eq tolle Aq—2AE+Eq, reſtabit Aq +2 AE + Eq—Aq+2AE—Eq; & expunctis + Aq+Eq propter —Aq—Eq, relinquitur 4AE= Zq—Xq; & diviſa utraque parte per 4, erit $\frac{Zq—Xq}{4}$ = AE: pariter Z + X= 2A: nam per Cap. 2. ad A + E adde A—E; ita ſtabit exemplum, A+E+A—E, hoc eſt, 2A; & quoniam Z+X=2A, ideo dividendo utramque partem per 2, erit $\frac{Z+X}{2}$=A.

Hujuſmodi æquationes ſunt etiam theoremata, ex. gr. 4. 2. Elem. eleganter exprimitur in hac æquatione; nempe, $Zq = Aq + 2AE + Eq$.

Et facile eſt horum theorematum cumulum augere, quoniam $Zↄ = Aq + Eq$ & $Xↄ = Aq - Eq$: ergo, $Zↄ + Xↄ = 2Aq$ & $Zↄ - Xↄ = 2Eq$: ergo $\frac{Zↄ + Xↄ}{2} = Aq$ & $\frac{Zↄ - Xↄ}{2} = Eq$ ſic etiam quoniam $2A = Z + X$; ergo quadrando utramque partem, $4Aq = Zq + 2ZX + Xq$; & dividendo per 4, $Aq = \frac{Zq + 2ZX + Xq}{4} = \frac{Zↄ + Xↄ}{2}$.

Nota, quod eſt magna differentia inter ÆEq & AEq; quippe ÆEq fit ex AE in ſe; AEq fit ex AE in E tantum.

3. Sit $A = 8$. $E = 4$ ſumma Z eſt 12, ergo $Z - A = E$, id eſt, $12 - 8 = 4$.

5. E ſive magnitudo minor eſt $= \frac{SA}{R}$ quod ſic probatur; ut, $R.S :: A.\frac{SA}{R}$

Virtute aureæ regulæ ducatur S in A, & dividatur producta magnitudo SA per R, quotiens, *ſcil.* $\frac{SA}{R}$ erit terminus quartus proportionalis, qui (ſi major ſit A) neceſſario minor erit; & ad A in ratione data R ad S.

Ad A adde $\frac{SA}{R}$ *ſcil.* majorem ad minorem, ſumma erit per Cap. 9. $Z = \frac{RA + SA}{R}$ quadretur major & ſit

fit Aq, quadretur minor, *ſcil.* $\frac{SA}{R}$ & fit per Cap. 10.

De multiplicatione fractionum $\frac{Sq\,Aq}{Rq}$ ad $\frac{Sq\,Aq}{Rq}$ adde Aq, & per Cap. 9. $Z = \frac{Rq\,Aq + Sq\,Aq}{Rq}$

CAP. XII.

De Geneſi & Analyſi poteſtatum.

1. Radix, quadratum, cubus, quadrato-quadratum, appellantur poteſtates; quia radix quæ (ducta in unitatem) ſeipſam poteſt, etiam aliquoties in ſe continua multiplicatione ducta, poteſt (verbo *Euclideano*) id eſt, valet efficere illos numeros ut ex 2 radice in ſe fit 4 quadratum, ex 2 in 2 in 2 fit 8 cubus, ex 2 x 2 x 2 x 2 fit 16 quadrato-quadratum.

Et ex iſta continua multiplicatione ſingularium
2. radicum omnium infra 10 facta eſt tabella prior, in qua prima ſeries deſcendens eſt radicum; ſecunda eſt quadratorum; tertia cuborum; &c. ideoque ſupra notantur literis ſymbolicis l. q. c. qq. qc. &c. & figuris numeralibus [1] [2] [3] [4] [5] quæ ſunt poteſtatum indices, ut jam ante expoſuimus.

Et nota hic quod *Oughtredus*, quintanam poteſtatem cujus hic index eſt [5] & qc vocat quadrato-cubum, quam alii vocarunt ſurdeſolidum ex additione ſurdi ad ſolidum, quia non habet radicem quadratam

vel cubicam ut quadrato-quadratum habet, habet nempe radicem quadratam, quæ radix & ipſa habet radicem quadratam; ut radix qu. 16 eſt 4, cujus radix quadrata eſt 2.

Poteſtatem ſextanam appellarunt illi, & cum iis *Carteſius*, quadrato-cubum, quia eſt quadrati cubus, ut 64 eſt cubus 4, qui eſt numerus quadratus, eſt etiam illa ſextana poteſtas quadratus cubi, ut 64 eſt quadratus 8, qui eſt cubus è 2. Sed quoniam indices ſunt logarithmi poteſtatum, ſe addentes atque ſubtrahentes prout poteſtates ſe multiplicant & dividunt, maluit author quintanam poteſtatem, ut 32, appellare quadrato-cubum, quanquam ſit neque quadrati cubus neque cubi quadratus, ſit tamen ex multiplicatione quadrati 4 in cubum 8; ſic ex q in c (qui ſunt indices ſymbolici) per ſpecioſam multiplicationem fit q c; ideoque à ſymbolo ſuo q c merito hæc poteſtas mutuare poſſit nomen quadrato-cubi.

3. In ſpeciebus, ex multiplicatione A+E, fiunt poteſtates à radice binomia cujus majus nomen eſt A, minus E, ut ſi 12 ſecetur in duas partes, 8 majus nomen, & 4 minus, quæ faciliora ſunt quam ut multa explicatione indigeant; nam ex ſingularibus factis in ſummam collectis fit quadratum Aq + 2AE + Eq, ex cujus iterum multiplicati per A + E ſingularibus factis in ſummam collectis fit Ac + 3 AqE + 3 AEq + Ec. cubus; ut in loco ab Authore exponitur.

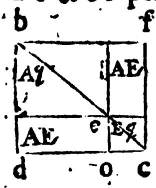
In tabella poſteriori, cujus uſus eſt pæne divinus, primo ordine habes latus binomium A + E, cujus index | 1 | non exprimitur; in ſecundo ordine deſ-

cendendo

cendendo habes quadratum ex A + E, *ſc.* Aq + 2AE +Eq, cujus index | 2 | ſcribitur ſupra ſpecies deſcendentes; in tertio habes cubum Ac +3AqE +3AEq +Ec, cujus index | 3 | &c.

5. Et quælibet intermedia ſpecies cujuſque ordinis, ut ex. gr. 10 Ac Eq, in ordine quadrato-cubico, ſub indice 5, componitur ex duabus ſpeciebus, utrinque proximis in ordine præcedente, nempe ex Ac in 4AcE ordinis præcedentis quadrato-quadratici, & ex Eq in 6 Aq Eq ordinis ejuſdem: & numerus 10 affigendus in 10 Ac Eq conflatur ex 4 & 6 (qui additi faciunt 10) in 4 A c E & 6 Aq Eq, & ſimiliter fit in aliis.

Nota autem, quod in Aq Ac & reliquis ſpeciebus, quibus nullus numerus affigitur, ſubintelligendus eſt 1, eſt enim Ac = 1 Ac duæ extremæ poteſtates ſunt
6,7. diagonales, & ſpecies intermediæ ſunt complementa, ſiquidem ex collatis ultima definitione primi & ſecunda ſecundi Elem. patet quod in hac figura parallelogramma d e & e f per quæ diameter



d o = A
o c = E
d c = A + E.

non tranſit, ſunt complementa, reliqua duo e b & e c dicuntur circa diametrum b c conſiſtere, & appellantur diagonalia; in quadratis autem, quadrata diagonalia vocantur, quorum diagonalium alterutrum cum comple-

mentis

mentis vocatur gnomon = AE+AE+Aq, hoc eſt, Aq +2AE; ſed uſitatiùs & præcipue ob figuræ ſimilitudinem minor poteſtas diagonalis cum complementis appellatur gnomon = Eq+2AE; atque ita *Oughtredus*, qui etiam per uncias intelligit numeròs complementis affixos, ut in ordine quadrato-cubico 5.10. 10.5. qui una cum propriis ſpeciebus 5 AqqE 10 AcEq 10 Aq Ec 5 AEqq Eqc gnomonem in hoc ordine conſtituunt.

Cum inter bina quadrata Aq Eq in ordine quadratico unica eſt ſpecies, nempe 2AE inter Aq Eq, quadratorum ſedes unicum interponent pro complementis locum: inter Ac & Ec duæ ſunt ſpecies, *ſc.* 3AqE & 3AEq.

CAP. XIII.

His itaque præmiſſis, ad geneſin Poteſtatum accedamus.

I. UT non modo rem, quæ per ſe ſatis plana eſt, ſed & rei rationem intelligas, ita accipe geneſin quadrati, & juxta quartam ſecundi Elem. dividatur 57 in duo nomina A=5 & E=7; quadratus ex 57 erit = Aq+2AE+Eq.

```
 . .
 5.7
 ———
2500=Aq
 700=2AE }
  49=Eq  } gnomon.
 ———
3249   ſumma.
```

Revera

Revera cogitandum eſt 57 eſſe binomium compoſitum ex 50 + 7, atque ita quadratum ex majori nomine 50 fit 2500=Aq, & duplex rectangulum ex bis 50, hoc eſt, 100 in 7=E fit 700=2AE, ut facile eſt ex noſtro exemplo intelligere, ubi loci vacui circulis complentur.

In 57 ſeparantur 5 & 7 uno tantum puncto interpoſito, ita, 5 . 7 pro complementorum una ſpecie, *viz.* 2AE, quia ex natura multiplicationis ibi ſtare debet ultima figura 0 particularis facti 10=2A ex 2 ducto in 5 0, quæ figura 5 prima eſt in 50, in hunc modum;

50	multiplicandus	ex 2 in 0 fit 0, loco autem hujus cyphræ punctum in facto poſuimus, quia de hac cyphra non ſumus loquuti.
2	multiplicator	
10 .	factus	

Nam hoc ordine collocandi ſunt facti particulares, nempe factus ex E in ultimo loco, ex A in penultimo, ex Aq in antepenultimo, qui in exemplo punctatur ſupra ita, 5 . 7

2. In cubando 57 duo loci interponendi, ita 5 . . 7 pro duabus complementorum ſpeciebus, nempe 3AqE, 3 A E q inter diagonales cubos Ac : Ec ; & factus 525 =3AqE ſtabit in loco antepenultimo, nam quoniam A=50 erit 3Aq=7500 & E=7; ideo ultima figura in 525 facto ex 7 in 75 ſtare debet in loco antepenultimo, quia 5 in 7500 eſt figura antepenultima,

$$\begin{array}{r} \dot{5}\,\dot{.}\,\dot{7} \\ \hline 125000 = Ac \\ 52500 = 3AqE \\ 7350 = 3AEq \\ 343 = Ec \\ \hline 185193 \text{ ſumma.} \end{array}$$

Sic in Cap. 4. oſtendimus quod multiplicando 4576 per 892, facti ſingulares ſtare debent deſcenſu obliquo, quia pro ultimo facto 36608 revera multiplicabas per 800.

$$\begin{array}{r} 9152 \\ 41184 \\ 36608 \\ \hline \end{array}$$

Ita in Sectione tertia ubi latus conſtat ex pluribus figuris 57209, debes primum conficere poteſtatem ex 57, ac ſi latus eſſet 57000, & ejus duo nomina 50000=A & 7000=E fiet pro quadrato operando, ut ante, 3249000000=Aq+2AE+Eq; tum conficce quadratum ex 572, ac ſi latus eſſet 57200, & duo nomina 57000 = A & 200 = E quoniam vero jam ante confeciſti quadratum ex 57000, *ſcilicet*, 3249000000 ſumatur 3249000000 pro quadrato majoris nominis = Aq, & perge pro gnomone conſtituendo operari ut ſpecies 2AE. Eq dirigunt, fiet 3271840000 = Aq+2AE+Eq, quod tamen in proxima operatione ſumi debet pro quadrato majoris nominis 57200=Aq; minus erit 00, unde nihil conficietur, ſed additis duabus cyphris (ut videbis in exemplo ad aſteriſcum) operatio renovanda erit: diligenter autem obſervabis ne teipſum fruſtra torſeris omiſſam eſſe in exemplo Authoris

unam

unam operationem propter cyphram in penultimo loco radicis 57209, opus integrum quoad hoc ita ſtaret,

Quæ dicta ſunt ſi intellexeris, facile ad cubum radicis ex pluribus figuris conſtantis applicueris.

	32	71	84			Aq.
		0	00	0		2 AE
			0	00		Eq
*	32	71	84	00		Aq
		1	02	96	0	2 AE
					81	Eq
	32	72	86	96	81	ſumma

4. Ex his quæ jam declarata ſunt non difficile erit reliquas etiam omnes ſuperiorum generum poteſtates progignere, placet hic apponere geneſin quadratocubi puri; ubi quatuor puncta interponenda pro quatuor complementorum ſpeciebus, nempe 5 A q q E. 10 A c E q. 10 A q E c. 5 A E q q inter quadratocubos diagonales A q c & E q c quadrocubetur 23.

Duo

Duo nomina ſunt 2 & 3 revera 20 + 3.

A=2
E=3

2 . . . 3 . . . 2		
32	Aqc	
240	5 AqqE	gnomon.
720	10AcEq	gnomon.
1080	10AqEc	gnomon.
810	5AEqq	gnomon.
243	Eqc	gnomon.

Quadrato-cubus è 23. 6436343 ſumma, Aqc A=23

Quod ſi placeat	2798410	5AqqE	E=2
quadrato-cubare 232,	486680	10AcEq	
pergere licet ſumendo	42320	10AqEc	
23 pro A, & 2 pro e, ac	1840	5AEqq	
ſi binomium compoſitum eſſet ex	32	Eqc	
230 majori nomine, & 2 minore.			
	672109330432	quadrato-cubus è 232.	

Nihil hic loquitur Author de geneſi poteſtatum adfectarum, nempe de ejuſmodi poteſtatibus alibi tractaturus, verum ut Lector præparetur ad eas in ſuis locis intelligendas operæ pretium duxi ut adfectarum poteſtatum generationem hoc loco exponerem, breviter autem atque quatenus rei natura fert & poſſim dilucide.

Quid eſt autem Poteſtas adfecta?

Reſpondeo, Poteſtas adfecta tum dicitur, quando radix ſive latus aliquod in ſe ducitur, vel ſemel, ut in quadrato; vel continua multiplicatione, toties quoties opus eſt in ſuperioribus poteſtatibus; ut A + E in ſe fit

Aq

$Aq + 2AE + Eq$; iterum in $A + E$ fit $Ac + 3AqE + 3AEq + Ec$: eſto $A + E$ binomia radix $= L$, cujus majus nomen ſive latus eſt A, minus E; ergo $Lq = Aq + 2AE + Eq$, & $Lc = Ac + 3AqE + 3AEq + Ec$, quando (inquam) radix in ſe, &c. & præterea aliquis alius numerus ſive magnitudo, puta B, ducitur etiam in radicem $A + E$, unde fit $BA + BE$, magnitudo compoſita, addenda quadrato puro, *viz.* $Aq + 2AE + Eq$; unde fit quadratum adfectum, $Aq + 2AE + Eq + BA + BE$. In numeris, ex 4×4 fit 16, quadratum purum, cui addatur $2 \times 4 = 8$ fit 24, quadratum adfectum; hæc magnitudo B appellatur co-efficiens, quia una cum illa alia in quam ducitur facit vel planum vel quadratum, & eſt vel longitudo vel latitudo, nempe in hoc caſu ubi de quadratis agimus, quæ ex binis tantum dimenſionibus conſtant. In ordine cubico, ex $A + E$ in ſe, &c. fit cubus purus, $Ac + 3AqE + 3AEq + Ec$; & præterea aliqua alia magnitudo, puta B, ducitur vel in gradum aliquem hujus puri cubi, ut in $Aq + 2AE + Eq$, unde fit $BAq + B2AE + BEq$, addend. ad $Ac + 3AqE + 3AEq + Ec$; unde fit cubus adfectus $Ac + 3AqE + 3AEq + Ec + BAq + B2AE + BEq$. In numeris ex 3 cubato fit 27, cui addatur $2 \times 9 = 18$, fit 45, cubus adfectus; & $B = 2$ eſt co-efficiens longitudo quæ ducta in quadratum 9 facit ſolidum 18.

Vel in hoc eodem ordine cubico, præterea aliqua alia magnitudo, puta Cq, ducatur in radicem cubi puri, nempe in $A + E$, unde fit $CqA + CqE$. addend. cubo puro $Ac + 3AqE + 3AEq + Ec$, unde fit cubus adfectus, $Ac + 3AqE + 3AEq + Ec + CqA + CqE$. In

numeris

numeris ex 3 cubato fit 27, cui addatur 2 x 3=6 fit 33 cubus adfectus; & Cq=2 eſt co-efficiens magnitudo plana, quæ ducta in cubi radicem 3 facit ſolidum 6.

Vel in hoc eodem ordine poſſint dari duæ co-efficientes, quarum una ducatur in radicem, altera in radicis quadratum, ut ex utriuſque additione ad cubum purum fiat ille adfectus; atque ita vides cubum adfici poſſe tribus modis; & generaliter quælibet ſubſequens poteſtas adfici poteſt toties bis quoties antecedens unitate addita, ut q. 1

c. 3

qq. 7

qc. 15

cc. 31, &c in infinitum.

Obſervaſti forte quod in ordine cubico B co-efficientem =2, appellavimus longitudinem, & Cq=2 magnitudinem planam, ratio eſt, quia co-efficiens ſemper æſtimatur juxta qualitatem poteſtatis affectæ & magnitudinis gradum in quem ducitur, ita in ordine cubico, quoniam cubus eſt ſolidum, ejus generis erunt omnes ſpecies, ita A*E*q eſt ſolidum conſtans ex tribus dimenſionibus. A x *E* x *E*; pariter Aq*E* eſt ſolidum; ideoq; in illo ordine ſi co-efficiens ducatur in latus quod unam tantum dimenſionem habet, cogitabis co-efficientem tanquam quadratum conſtare ex duabus, ut in CqA + Cq*E*, quanquam per Cq intelligis tantum 2, qui numerus neque eſt quadratus neque planus, ita tamen æſtimandus eſt ac ſi fieret ex ductu ſuiipſius in unitatem; ita 2 quadrat in 1 = 2 ſolido.

Quod ſi ducatur in quadratum lateris A + *E*, *ſcil.* BAq + B2A*E*+B*E*q, jam B erit tantum longitudo vel

latitudo,

latitudo, nimirum quoniam quadratum conſtat ex duabus dimenſionibus, una tantum deſideratur in ordine cubico ut fiat ſolidum: uno verbo, heterogenea homogeneis addi vel ſubtrahi nequeunt: eſt hæc notio artis filio digna; nimirum ad lineam non potes addere ſuperficiem, ad longitudinem non potes addere planum, ad quadratum non potes addere cubum, nempe ſolidum ad ſuperficiem: jam vero quoniam magnitudines ſive numeri adficientes addi debent ad poteſtatem puram, ut fiat ex illarum additione adfecta; debent ergo illæ poteſtates adficientes eſſe ejuſdem generis cum poteſtate pura, quod fit concipiendo magnitudinem co-efficientem tot habere dimenſiones quot deſiderantur in magnitudine in quam ducitur, ut uberioris illuſtrationis cauſa, in ordine quadrato-cubico, quælibet ſpecies conſtat ex 5 dimenſionibus, nam Aqc conſtat ex A x A x A x A x A, quoniam igitur in adfectione BAqq, Aqq conſtat ex 4 dimenſionibus, *ſc.* ex A x A x A x A, ergo co-efficiens B erit tantum longitudo, quia una tantum dimenſio deſideratur; ſed in C q A c quoniam A c conſtat tantum ex tribus, co-efficiens C q conſtabit ex duabus, & in omnibus ſpeciebus iſtius ordinis ſimile reperies, nam unciæ in hoc computo non omnino conſiderantur.

Id autem tum in Geneſi tum in Analyſi obſervandum, quod prout in poteſtatibus puris ita etiam in adfectis ſingulæ ſpecies ſuas ſibi proprias ſedes vendicant; neque enim numeri ullo modo quo libet vel prout ſors tulerit, collocandi; ut clarius in exemplis patebit.

Geneſis quadrati adfecti ſub latere A+E & co-efficiente longitudine ſive latitudine B quæ in latus A+E ducenda.

```
 5·7·              B=3
 25   Aq  }
 70  2AE  }=lq  }
 49   Eq  }     }lq+Bl=Cq=3420
 15   BA  }=Bl  }
 21   BE  }
```

3420 quadratus adfectus: quadratus purus erat in exemplo *Oughtrediano* 3249.

Geneſis cubi adfecti ex duabus co-efficientibus, una B longitudine ducta in quadratum lateris = Aq+2AE +Eq; altera Cq tanquam numero plano ducto in latus A+E

```
 5··7
 125   Ac    }            B=2
 525   3AqE  }=lc   }     Cq=3
 735   3AEq  }      }     A=5
 343   Ec    }      }     E=7
 50    BAq   }      }     lc+Blq+Cql=Dc
 140   B2AE  }=Blq  }
 98    BEq   }      }
 15    CqA   }=Cql  }
 21    CqE   }
```

Dc = 191862 cubus adfectus: cubus purus erat 185193.

Geneſis

quadrato-cubi adfecti adjunctione planoſo-
tre A+E, & co-efficiente numero quadrato-
=Fqq=5

....3

	Aqc			
)	5AqqE			
20	10AcEq	=Iqc		
080	10AqEc			
810	5AEqq			=Gqc
243	Eqc			Iqc+Fqql=Gqc
10	FqqA	=Fqql		
15	FqqE			

6458 quadrato-cubus adfectus, purus e-
13: quadrato-cubus adfici poteſt 15 variis
cillimum exhibebit Author ad calcem ope-
oſam ſane poteſtatem cum omnibus adfecti-
nibus poteſtas quadrato-cubica adfecta con-
s nos quibus difficilia explanare ſcopus eſt
egione facillimum jam exhibuimus.

CAP. XIV.

*nalyſis, quæ eſt eductio radicis ex nume-
roſa poteſtate data.*

1. ANalyſis poſtquam ſedes poteſtatum diagonali-
um pro ſuo quaſque juxta tabulam poſteriorem
genere, punctis (poſito primo puncto ſub loco unita-

 tum)

tum) binis pro quadrato, ita, 3272869681; ternis pro cubo, ita, 18723760158032 9; & quaternis pro quadrato-quadrato, &c. Poſtquam, inquam, analyſis ita ſedes poteſtatum diſtinxerit, primo ex figuris primi à ſiniſtro puncti poteſtatem diagonalem tollit, nempe, 25 =Aq ex 32, & relinquitur 7 ſcribendus ſupra figuram 2; latuſque ipſius, quod vocetur A=5, ſcribit in margine poſt lunulam quotientis, (eſt enim extractio radicum, quaſi diviſio quædam) tum numero reliquo (ad proximum uſque punctum) qui gnomonem intelligitur continere, id eſt, ad 772, per diviſorem ex latere A invento legitime conflatum, id eſt, 10=2Aq propter 2AE, & in cubo compoſitum ex 3Aq & 3A, (propter complementa 3AqE & 3AEq, ſedibus ſuis obſervatis, id eſt, unitates diviſoris particularis 3A ſcribantur uno loco propius verſus dextram quam 3Aq;) per diviſorem (inquam) ita legitime conflatum, ſecundum latus E quærit, id eſt, quoties 10 in 772? Reſpondetur 7=E, per quod demum gnomonem perficit, multiplicando diviſorem per E=7 fit 2AE=70; & quadrando 7 fit 49=Eq; tum ſumma auferetur ex reſiduo poteſtatis reſolvendæ, & ſic integra duorum primorum ſingularium laterum in duobus primis punctis contenta poteſtate dempta, reſtabit ad tertium uſque punctum; gnomon pro tertio ſimiliter latere eruendo, nempe, operationem renovabis ſumendo totum latus inventum 57 pro A, & per A legitime conficiendo novum diviſorem, operando ut ante ſub proximo puncto pro tertio latere, id eſt, tertia figura (id eſt, 2 in 57209) eruenda.

2. Si

1. 2. Si peracta analyſi aliquid reſtet, punctationes circulorum, quot opus erit, ſtatuendæ pro ſuo genere, id eſt, binæ & binæ cyphræ addantur pro quadrato, ternæ & ternæ pro cubo, &c. ut ſi quadratus reſolvendus fuiſſet 32728699995, numerus non fuiſſet rationalis, ſed poſt peractam ultimam operationem ſuperfuiſſet 314; ideoque additis duabus cyphris vel pluribus binis, ut placuerit, ita, 314 00 00 00, poſſis pergere operando ut ante pro decimali fractione.

Vulgares Arithmetici volunt reliquum quod ſupereſt numeratorem eſſe fractionis, cujus denominator erit duplum radicis cum unitate addita, id eſt, 2A diviſor cum unitate addita, quia 2A perfecte dividit 2AE, & relinquitur E, ſed revera præter 2AE continetur & Eq in gnomone.

Similiter in cubo reliquum iterum ſumunt pro numeratore & pro denominatore triplum radicis quadratum = 3Aq, & triplam radicem = 3A cum unitate addita.

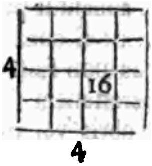
Et revera ex quadratorum adſcenſu ſine incremento patet ratio quare vulgares arithmetici unitatem addunt, nam eſto 4 quadratus numerus ex 2 = A. 2A cum unitate addita, id eſt, 5 addatur ad 4; fit proximus quadratus 9, cujus radix 3 = A: 2A cum unitate, id eſt, 7 addatur ad 9; erit 16 quadratus ex 4, &c. unde patet quomodo ſeries quadratorum per additionem conſtruatur.

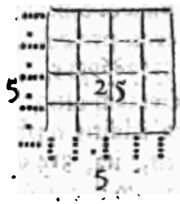
Atque idem patet ex his ſchematibus, eſto 16 quadratus ex latere 4, & augeatur ſchema æqualiter novo gnomone hic punctato, fit proximus quadratus 25, unde quibuſdam fractio gnomon appellatur, eo quod

 conſtat

conſtat ex duplici latere pro complementis & minori diagonali quadrato.

Vide 5. cap.15.





Cubus per 6 aſcendit.

Series quadrat.

Radices	quadrat.	
1	1	
		3
2	4	
		5
3	9	
		7
4	16	
		9
5	25	
&c.		

Aſcendunt quadrat. addendo differentias 3. 5. 7. 9. &c. quorum differentia eſt 2.

pro ſerie cuborum.

Radices	cubi		
1	1		
		7	
2	8		12
		19	
3	27		18
		37	
4	64		24
		61	
5	125		
&c.			

In ſerie cuborum 12. 18. 24. &c. quorum differentia eſt 6, ſunt differentiæ differentiarum, cuborum nempe 7. 19. 37. 61.

Aliter

Aliter pro cubis Differentiæ numerorum 0. 1. 3. 6. 10. &c. ſunt 1. 2. 3. 4. &c.	$C.0 = 0$
	$C.1 = 0+1+6 \times 0 = 1$
	$C.2 = 1+1+6 \times 1 = 8$
	$C.3 = 8+1+6 \times 3 = 27$
	$C.4 = 27+1+6 \times 6 = 64$
	$C.5 = 64+1+6 \times 10 = 125$
	&c.

CAP. XV. *De Lateribus ſurdis.*

1. Si quotlibet numeri ut A. M. N. E ſint ∺ erit ut primus A ad ultimum E; ſic poteſtas primi Ac cujus index 3 per unitatem minor eſt numero terminorum A. M. N. E. ad poteſtatem ſimilem ſecundi Mc cujus index etiam 3.

Nam per theor. 14. 6. hujus; AMN. MNE :: AAA (Ac) MMM (Mc.

ſed MN x A. MN x E :: A. E. per 17. 7. el.

erg. ut A. E :: Ac. Mc. quod erat dem.

3. 4. Numeri plani ſimiles ſunt in duplicata ratione (hoc eſt, ut quadrata) homologorum laterum; conſule 19 & 20. 6. el. & 11. 8. el. una cum notis in 15. 6. hujus.

Et generaliter omnes figurati ſimiles plurium dimenſionum ſunt in ratione homologorum laterum, æquimultiplicata numero dimenſionum, ex quibus componuntur; nempe ſi quatuor ſint dimenſiones A. B. C. D. unius, & quatuor E. F. G. H. alterius, erit figuratum

ABCD ad figuratum ſimile EFGH in quadruplicata ratione laterum homologorum. A. E. hoc eſt, R.S.

ſc. Rqq ad Sqq eſt in quadruplicata ratione R. S. hoc eſt A. E.

Quia	A. E : : R.S.	}	erit per multiplicationem ABCD.EFGH::Rqq.Sqq. conſule 14 & 15. *6.* hujus.
	B. F : : R.S.		
	C.G : : R.S.		
	D.H : : R.S.		

5. Latus numeri dicitur ſurdum, quando numerus non eſt verus ſui generis figuratus, ſive rationalis, quo caſu radix ejus exprimi nullo pacto poteſt in numeris, nimirum, vel ſine fractione, vel cum fractione, ita ut (ex cauſa in quadratis) radix quadrata talis numeri in ſe ducta, faciat numerum quadratum cujus eſt radix, quod fieri oporteret; ſic *r* 10, ſive radix quadrata 10, eſt $3\frac{1}{7}$ circiter, ſed $3\frac{1}{7}$ in $3\frac{1}{7}$ non faciet 10; cujus eſt radix; jam quoniam radix ſurda non poteſt exprimi & proinde neque audiri, appellatur ſurda; radix ſurda autem ſic notatur, *r* q *6*, *r* c 4, *r* qq 20, *r* qc 13, hoc eſt, latus quadrati *6*, latus cubi 4, latus quadrato-quadrati 20, latus quadrato-cubi 13, &c. Si nota radicalis (*r*) per ſe ponatur, ut *r* 5, intellige radicem quadratam.

16 & 9 ſunt numeri figurati; & *r* 16 eſt 4, *r* 9 eſt 3. *r* 16 + *r 9* eſt radix compoſita, & valet 7; ſed quandoque intelligere potes radicem univerſalem; ut *r* u.(16 + *r* 81) intelligis 5 radicem è 25; *ſcil.* radix quadrata extrahatur è *r* 81, hoc eſt, 9 addita ad 16, id eſt, è 25. Sed hæc meliùs diſcas ex uſu Authorum; alii etenim aliter ſcribunt.

Aggreditur *Oughtredus* operationes quæ fiunt circa ſurdas radices, *ſcil.* additionem, &c. quidam exiſtiment, quandoquidem hîc & ſectione ſequenti multiplicatione opus eſt; quod ob eam cauſam ſectiones 9. & 10. hanc præcedere debuiſſent, nos autem authorem noſtrum ſequemur; qui,

Quoniam latera ſurda incommenſurabilia haud aliter adduntur vel ſubtrahuntur quam per ſigna + ſive —, ut *r* q 7 + *r* q 4, & *r* c 10 — *r* c 5, uti liquet in ſect. 8. hac ſexta ſectione docet, quando latera ſunt commenſurabilia, nempe quando ſunt ut numerus ad numerum, prout de magnitudinibus demonſtravit *Euclides* in 6. 10. el. ſunt enim quædam magnitudines quarum habitudo ſive ratio unius ad alteram nullis numeris exprimi poteſt: ſic latus quadrati eſt diametro ejuſdem incommenſurabile per ult. 10 el. nam ſi latus *a b* dividas *a*



in partes quot libuerit, puta 4, vel ullas alias *b* *d* non potes dividere diametrum *a d* in tales partes, ut in 5 vel in 6 vel in 7, vel ullo alio numero comprehenſas quin ſemper aliquid ſupererit nullis numeris explicabile; atque ita latus non erit ad diametrum in ratione numeri ad numerum: ſed docuit *Euclides* 12. 6. el. quomodo duæ lineæ (duæ inquam lineæ) in eadem ratione inveniantur; quinetiam nulla linea eſt cujus radix quadrata extrahi nequit, id eſt, exprimi nequit geometricè in alia linea.

Tum in hac ſectione docet author quomodo ſcire potes an duo latera *r* q 12 & *r* q 147 ſint commenſurabilia necne, *ſc.* ſi dividendo utrumque per maximam ipſorum communem menſuram *r* q 3, quoti fiant rationales, id eſt, poſſint exprimi in numeris; ſic, divide *r* q 12

per

per r q 3, oritur r q 4 = 2; divide etiam r q 147 per r q 3, oritur r q 49 = 7; eſt autem per 2. 6. hujus,

r 12. r 147 :: r 4. r 49

erg. r 12. r 147 :: 2. 7.

7. Adduntur autem atque ſubtrahuntur latera ſurda commenſurabilia r 12 & r 147, ſi ſummæ, hoc eſt, 9, vel differentiæ 5 numerorum ipſis ſimilium inventorum, 7 & 9, homogenea poteſtas, vel potius, poteſtatis radix, hoc eſt, pro additione r q 81, pro ſubtractione r 25, ducatur in communem ipſorum menſuram r 3, erit pro addit. ex r 3 in r 81, ſumma r 243; pro ſubtractione, ex r 3 in r 25, erit differentia r 75.

In ſecundo exemplo addit r 12 + r $\frac{27}{4}$, quod ut fiat, reſolvit integrum 12 in fractionem ejuſdem denominationis cum r $\frac{27}{4}$, multiplicando 12 per 4, unde fit r $\frac{48}{4}$ = r 12; & tum in numeratoribus partium r 48 & r 27 operationem perficit; communem denominatorem tandem ſummæ ſubſcribens.

r 48 radices addendæ (r 16 = 4)
max. c.m. r 3) & dividendæ per (quoti } numeri ſimil.
r 27 max. c.menſ. r 3. (r 9 = 3)

ſumma } r $\frac{147}{4}$ homogenea poteſt. r 49. 7 ſum. numer.
quæſita } ducenda in r 3. ſimilium inventorum.

in altero exemplo nempe { r $\frac{245}{12}$ $\pm$ r $\frac{5}{12}$ } quoniam 12 denominator idem eſt in utraque fractione, operandum eſt ut in exemplo priori.

Exemplum aliud eſto, ad r 18 adde r 32, ſi dividantur per maximam ipſorum communem menſuram, *ſcil.* r 2, orientur quoti r 9 = 3 & r 16 = 4.

erg.

erg. r 18. r 32 : : r 9. r 16 : : 3. 4. ergo commenſurabiles.

Jam ſumma ex 3 + 4 eſt 7, quadretur 7, fit 49; erg. r 49 erit homogenea poteſtas: duc igitur r 49 in r 2, *ſcil.* max. com. menſ. fit r 98 pro ſumma quæſita.

Rem ipſam accepiſti, accipe & rei rationem.

Ut addas r 147 + r 12; primo, dividis utrumque per r 3, max. com. menſ. & oriuntur quoti r 49 & r 4; ſed quod diviſio diſſolvit, multiplicatio conficit, ergo ſi ſeparatim ducas r 3 in r 49, reſtituetur r 147; & ſi ducas r 3 in r 4, reſtituetur r 12; jam quoniam r 49 = 7 & r 4 = 2 conjunctim faciunt 9 = r 81, fiet, (ducendo r 3 in ſummam, *viz.* r 81,) fiet inquam, r 243 = r 147 + r 12, uti manifeſtum eſt per 1. 2. el. quod erat dem.

Ex 4. 2. el. demonſtratur aliqualis modus addendi radices etiam incommenſurabiles, quoniam per 4. 2. Qu. A + E = Aq + 2AE + Eq.

Sect. 8. Eſto binomium r 7 + r 4, *ſcil.* r 7 = A & r 4 = *E* ad ſummam quadratorum è nominibus r 7 = 7 & r 4 = 4, ad ſummam; inquam, quadratorum, 11. = Z; addatur duplum è nominibus rectangulum, hoc eſt, r 7 in r 4, fit r 28; in 2 = r 4, fit r 112 = 2*AE*: erg. radix quadr. univerſalis hujus aggregati, nempe r (11 + r 112) erit ſumma den r 7 + r 4.

Et quoniam per 7. 2. el. Aq + Eq − 2*AE* = Q *A* − *E*, ſubtrahendo A = r 7 − r 4 = *E*, differentia erit Aq + *E*q = r (11 − r 112) = 2*AE*.

Modo operandi in quadraticis intellecto, cubicæ operationes una facillime intelligentur;

max.

max.c.m. r 5) { r c 1715 / r c 40 } { rad.cub.addend. & dividend. per r 5, max.c.m. } (r c 343 = 7 / r c 8 = 2) quoti
(numeri ſimiles inventi.

ſum. quæſit. r c 3645 / differ. quæſ. r c 625 homog. poteſt. { r c 729 9 ſum. nu. ſimilium / r c 125 5 diff. nu. ſimilium }

ex quadratis 4 x 16 fit 64 : erg. per 4. 4. hujus. 1. 4 :: 16. 64. ergo ;

9. Per 24. 8. elem. 64 erit quadratum. Vide ſcholium Clavii in 2^d. 9. el. una cum propoſ. 4. 9. el. & cap. 15. ſect. 9. hujus.

Et quoniam quadrata ſunt proportion. 1 4 :: 16 64 erg. per 22. 6. etiam & latera ſunt propor. 1 2 :: 4 8 tum. & quia per 11. 8. quadrata, ſunt in duplicata ratione laterum : ergo per theorema catholicum quadrata & latera, ſe ſimiliter multiplicant & dividunt. } { 4 x 16 = 64 quadr. / 2 x 4 = 8 latera. }

In ſpeciebus, quadrato Aq Eq diviſo per quadratum, ſc. Bq, oritur quotus, ſc. $\frac{AqEq}{Bq}$ qui eſt quadratus ex $\frac{AE}{B}$ in ſe.

10. Quando duæ radices ejuſdem generis, ut ex gr. quadraticæ, multiplicandæ aut dividendæ ſunt, ut r 7 in r 3 ; operatio fiat in numeris ſub ſignis radicalibus contentis, ut (7 in 3), & producto vel quoto ſui generis ſignum præfigendum ; ut factus ex r 7 in r 3 eſt r 21 ; & divide r 21 per r 7, oritur r 3.

Propter ſatisfactionem tuam facile ſcire potes hunc operandi modum eſſe verum experiendo in radici-

bus

bus rationalibus ex r 4 = 2 in r 49 = 7, fit r 196 = 14 = 2 in 7.

Demonſtratio autem geometrica petenda ex 22. 6. el. dico, ex r 3 in r 7, factum iri r 21.
nam quoniam ut 1. r 3 : : r 7 ad factum per 4. 4. hujus, & per 22.6. quod 1. qu. r 3 :: qu. r 7 ad quadratum facti. hoc eſt, 1. 3 : : 7. 21. *ſc.* quadratum facti. erg. r 21 fit ex r 3 in r 7, quod erat dem.
Vide Amicum meum eruditiſſimum, *Iſ.Barrow* in 22.6. Atque jam vides cur *Oughtredus* hanc ſectionem cum nota illativa inchoavit, *ſc.* quare laterum ſurdorum, &c.

In ſectione 11. accedit author ad multiplicationem & diviſi. laterum ſurdorum heterogeneorum, quæ idcirco prius ad idem genus reducenda fere ad eum modum quo fractiones ad eundem denominatorem revocantur, nam quemadmodum fractiones, dum ad eundem denominatorem revocantur valores ſuos non mutant, ita neque mutantur valores radicum ſurdarum quum ad idem genus revocantur : nam ut ex tabella priori patet r cc 64 = r q 4 = 2 : ideoque in exemplo r cccc 1000 = r qq 10, & r cccc 49 = r cc 7, regula eſt, reducuntur ad idem genus dividendo indices utriuſque poteſtatis propoſitæ per maximam ipſorum communem menſuram, & multiplicando tum indices per alternos quotos tum ipſas poteſtates in ſpecies alternis quotis cognomines, ut ſi ad multiplicandum vel dividendum proponantur r qq 10 & r cc 7, primo, reducuntur ad r cccc 1000 & r cccc 49, cubando 10 & quadrando 7.

In exemplo indices continentur in rectangularibus figuris ita, |4| eſt index quadrato-quadraticus ; 2 ante lunulam eſt maxima communis menſura :

& fit

& ſit operatio per crucem, ita,

12 index ex alterna multiplicatione

max. cō. m. 2) |4| ✕ |6| indices

2 3 quoti

1000 49 poteſtates in ſpecie alternis quotis cognomia.

r |12| r |12| index poteſtatum reductarum, ſcil. 12. qui index CCCC.

max. co. m. 2. quæ dividit 4 & 6) r |4| 10 ✕ r |6| 7 poteſtates reducendæ, nempe 10 & 7.

|2| |3| quoti

1000 fit ex 10 cubato, propter alternum quotum 3. qui eſt index cubi; 49 fit ex 7 quadrato, propter alternum quotum 2, qui eſt index quadrati.

Tum demum fiat multiplicatio, ut ante oſtenſum eſt in homogen.

ex r cccc 1000 in r cccc 49 fit r cccc 49000.

exemplum eſto facilius in numeris rationalibus, quod fidem faciat modum operandi in ſurdis eſſe verum;

nam ex r q 9 = 3 in r qq 16 = 2 fit 6, qui eſt radix qq 1296.

r |4| 81 r |4| 16 poteſtates reductæ

max. c. m. 2) r |2| 9 r |4| 16 poteſtates reducendæ

|1| |2| quoti.

ex r qq 81 in r qq 16, fit r qq 1296 = 6.

Si multiplicares ſurdam radicem per numerum integrum, attollendus eſt integer ad poteſtatem homogeneam, cui ſignum radicale ſui generis præponendum, ut ex 5 in r 9 fit r 225, attollendo integrum 5 ad 25, cui præpone ſignum rad. r 25, ut ex r 25 in r 9 fiat r 225.

Si duas eaſdem radices quadraticas adderes, earum una multiplicetur per 2, hoc eſt, r 4, ut ex r 16 + r 16,

erit

erit ſumma $r\,64$; nempe ſi $r\,16$ multiplices per $r\,4 = 2$; pariter ſi tres eaſdem velles addere, multiplicabis per $r\,9 = 3$; ſi quatuor, per $r\,16 = 4$: ſic in exemplo cubico $r\,c\,32$ duplicabitur attollendo 2 ad $r\,c\,8 = 2$, triplicabitur attollendo 3 ad $r\,c\,27 = 3$, *ſcil.* ex $r\,c\,32$ in $r\,c\,27$, fiet $r\,c\,864$.

12. In fractionibus, ſi $\frac{22}{7}$ multiplicares per r Aq, attolle $\frac{22}{7}$ ad $r\,\frac{484}{49}$, radix qu. quadratur, & cubica cubatur, &c. tantum delendo ſignum radicale, ſic ex $r\,64$ in $r\,64$, fit 64.

13. Si latus poteſtatis cujus index eſt numerus compoſitus, ut in $r\,cc\,64$, index cc eſt 6, qui componitur, ſive fit ex 2 in 3; ſi igitur $r\,cc\,64$ multiplicandum ſit ſecundum exigentiam indicis componentis 2; qui index quadrati, id eſt, ſi quadrandum ſit, ut litera Q, indicatur ita, Q, $r\,cc\,64$; tum, inquit author, latus alterius ſpeciei, id eſt, componentis, nempe indicis 3, id eſt, latus cubicum, propter 3, qui index eſt cubi, numero ſpeciali 64 ſolum præfigatur, ita, $r\,c\,64$: eſt hæc regula contractionis cauſa, nam ſi per regulas antedictas quadrares $r\,cc\,64$ ex $r\,cc\,64$ in $r\,cc\,64$, fit $r\,cc\,4096 = 4$; eſt etiam $r\,c\,64 = 4$.

Ita ſi $r\,qq\,16$ quadrandum ſit, quoniam $4 = 2 \times 2$ eſt index qq, ſcribe $r\,q\,16$; quoniam 2, altera pars componens, eſt index q.

14. Si magnitudo plurium nominum ducatur in ſeipſam cum uno ex ſuis ſignis mutato expurgabitur unum nomen: eſt hic locus ſatis obſcurus: expurgabitur, id eſt, expungetur $+ r\,2$ propter $- r\,2$, tum multiplica $3 + r\,5$ per $3 + r\,5$, quod ut fiat, attolle (ut ante oſtenſum eſt) integrum 3 ad $r\,9$; tum

duc

duc *r* 9 + *r* 5
in *r* 9 + *r* 5

fit *r* 81 + *r* 45
+ *r* 45 + *r* 25

} adde *r* 45 ad *r* 45 i. e. multiplica *r* 45 per *r* 4 = 2, fiet (*r* 180

ſumm. *r* 81 + *r* 180 + *r* 25.

ſed *r* 81 & *r* 25 ſunt rationales, & valent 14 = 9 + 5, ergo totus factus erit 14 + *r* 180.; non dubitabo ſectionem hanc erroris alicujus accuſare, quod patet ex his numeris rationalibus, nam ex 3 + *r* 9 + *r* 4 in 3 + *r* 9 — *r* 4, fit tantum 32; ſed ex 3 + *r* 9 in 3 + *r* 9, fit 36. ex A + E + B in A + E—B, fit Aq + 2Æ + Eq—Bq ſed ex A + E in A + E, fit Aq + 2Æ + Eq; poſt expurgationem ergo tollendum Bq, nempe in exemplo = 2 = Qu. *r* 2. tollend. inquam ex facto 14 + 180, ut fiat 12 + 180.

Numeri compoſiti ſequuntur regulas ſimplicium.

Radices univerſales multiplicantur ut compoſitæ, præponendo tandem ſignum univerſale, ut ex *r* (7 + *r* 3) in 2, fit *r* (28 + *r* 48) attollendo 2 ad 4, & tum multiplicando 7 + *r* 3 per 4, præfigendo demum ſignum radicale; ſed vide ſis, ut 4 attollatur ad *r* 16 quando multiplicas *r* 3 per 4; atque idem obſervandum erit in ſequenti exemplo pro duplo rectangulo.

Adduntur plerumque & ſubtrahuntur per ſigna + & —, vel addantur radices (præſertim quando ſimiles ſunt) per ſignum +, vel plus, ut ſint tanquam duo nomina, & tum per 4 & 7. el. 2. ad ſummam quadratorum addes, vel auferes, duplum rectangulum, ut ſi addendæ ſint hæ duæ radices univerſales *r* (12 + *r* 6)

& *r* (12

& *r* (12 — *r* 6) ducatur hoc compoſitum *r* (12 + *r* 6) + *r* (12 — *r* 6) in ſeipſum, & producetur numerus 24 + *r* 552 hujus radix quadrata, nimirum *r* (24 + *r* 552) erit ſumma duarum radicum propoſitarum; nam radix quadrata facti ex ſumma in ſe ducta eſt ipſa ſumma.

Sepoſitis noſtris, poteris proprio marte experiri, quomodo numerus prædictus, *viz.* 24 + *r* 552 multiplicando producitur, ſi forte hæſeris, eſt enim accurata obſervatio regularum, quandoque lubrici negotii, legeris hæc quæ ſequuntur.

Nempe ſingula nomina quadrantur abjiciendo ſigna radicalia, & ſumma quadratorum erit 12 + *r* 6 + 12 — *r* 6; id eſt, expungendo *r* 6, propter ſigna + & —, erit, inquam, ſumm. quadr. = 24.

Tum, pro rectangulo, ex nominibus duc *r. u.* 12 + *r* 6 in *r. u.* 12 — *r* 6, fiet *r* (144 — *r* 36) * *viz.* expunctis expungendis; & pro duplo rectangulo multiplicando per 2 = *r* 4, multiplica 144 per 4, fiet 576, nondum apponendo ſignum radicale, ſed prius multiplicando *r* 36 per 4, id eſt, per *r* 16, fiet *r* 576, cujus radix quadrata, *viz.* 24, ſublata ex 576, reſt. 552, cui demum ſignum radicale præfigendum *r* 552, adeo ut 24 + *r* 522 ſit nominum additorum vel binomii quadratum.

Videbis modum elegantem binomiorum quadrand. c. 16. ſect. 10. ex. 1.

Species eaſdem regulas ſervant ad amuſſim;

r DAAA & *r* DABq ſunt commenſurabiles quia habent communem menſuram, *ſcil.* *r* DA, per quam di-

* Vel ſic, fiet *r* (144 — *r* 36) id eſt, *r* 138; quia *r* 36 = 6. Et pro duplo rectangulo ex *r* 138 in *r* 4 = 2 fiet *r* 552.

vidantur, & quotientes erunt rationales, *ſc.* *r* Aq = A & *r* Bq = B.

Exemp. add. & ſub. in ſpeciebus.

max. c. m. *r* DA) *r* DAc radices *r* Aq } quoti = A } numeri
r DABq ſurdæ *r* Bq } quoti = B } ſimiles inventi

A+B ſum. *r*. *u*. Aq+2AB+Bq. Homogenea poteſtas
A−B diff. *r*. *u*. Aq−2AB+Bq. Homog. pot. multiplicentur poteſtates per max. com. men.
erit *r*. *u*. DAc+2DAqB+DABq. Summa quæſita
& *r*. *u*. DAc−2DAqB+DABq. Differ. quæſ.

Aliud exemplum, *r* 75Aq & *r* 27Aq.

max. c. m. *r* 3) *r* 75Aq. *r* 25Aq = 5A } Latera quotorum rationalium, ſeu numeri
r 27Aq. *r* 9Aq = 3A } ſimiles inventi.

8A ſum. *r* 64Aq Homog. pot. *r*. 192Aq. Sum. quæſita
2A diff. *r* 4Aq Homog. pot. *r*. 12Aq. Differ. quæſita.

ad *r* 12Aq adde *r* $\frac{27}{4}$Aq, ſive *r* $\frac{27Aq}{4}$ reducantur ad eandem denominationem, & ſcribe (per e. 9. 1.) *r* $\frac{48Aq}{4}$ + *r* $\frac{27Aq}{4}$, tum in numeratoribus partium fiet operatio, ut ante, dividendo per *r* 3, max. com. menſ. tandem ſubſcribendo communem denominatorem.

Ad *r* C adde *r* $\frac{Aqc}{Bq}$ reducantur ad eandem denom. ut ſint *r* $\frac{CBq}{Bq}$ & *r* $\frac{Aqc}{Bq}$ & fiat in numeratoribus partium operatio dividendo per max. com. m. nempe *r* C.

ſit exem. in rationalibus A = 2. 16Aq = 64 cujus radix 8 } ſum. 12.
ad r. 16Aq adde 2A = r 4Aq = 16 cujus radix eſt 4 }

max. c. m. *r* 4Aq) *r* 16Aq. *r* 4 } quoti = 2 } numeri ſimiles.
r 4Aq. *r* 1 } quoti = 1 }

ſum. 3 = *r* 9 in max. c. m. = *r* 4Aq. fit 36Aq = *r* 144 = 12.

ad

ad $r\,\frac{8}{2}$ adde $r\,\frac{128}{2}$ ejuſdem denominationis $2+8=10$.

max.c.m. r 8) r 8 r 1 = 1 } Sum. 5 Hom. pot. r 25
r 128 r 16 = 4 } in r 8 = $r\,\frac{200}{2}$ = 10.

Similiter operandum in radicibus cubicis, &c.

Pro multiplicatione ſpecioſa eſto Authoris exemplum:

r |12| Ac r |12| Bqq poteſtates in ſpecies alternis quotis cogno.

max. c. m. |2| r |4| A r |6| Bq poteſtates ipſæ, *viz.* A & Bq cum indicibus

|2| |3| quoti.

Ex quoto 2, alterne multiplicato per indicem 6, fit 12, idem 12 fit ex quoto 3, alterne multip. per indicem 4.

r 12 Ac, juxta indicis 12 exigentiam, eſt r cccc Ac, & r 12 Bqq eſt r cccc Bqq.

A aſcendit ad Ac, propter alternum quotum 3, indicem cubi; & Bq aſcendit ad Bqq, propter alternum quotum 2, indicem quadrati.

Tum demum fiat multiplicatio vel diviſio: ex r cccc Ac in r cccc Bqq, fit r cccc Ac Bqq.

Ad multiplicandum integrum ſive rationalem A+B per r D, attolle A+B ad quadratum, ſignum radicale præponendo, ita:

$r.u.$ Aq+2AB+Bq in r D, fit $r.u.$ DAq+2ABD+Bq D.

Radices compoſitæ obſervant regulas ſimplicium.

CAP. XVI. *De Æquatione.*

1. ÆQuatio eſt æqualitas quantitatum, quando eadem quantitas duobus modis exprimitur, ut, Z=A+E. Zq=Aq+2Æ+Eq.

Quotieſcunque igitur problema aliquod ſive quæſtio proponitur, ex. gr. Data differentia duorum laterum & ſumma eorundem invenire latera; ad hujus problematis reſolutionem, id eſt, ut poſſis latera invenire, oportet quæſitum latus, ac ſi notum eſſet litera aliqua vocali, puta A, deſignare; conſonantes autem diſtinctionis cauſa datam ſummam & datam differentiam ſignificabunt: ut, pro ſumma ſcribe Z, pro differentia X, tanquam problema ita propoſitum fuiſſet, eſto X=40 & Z=1000.

Datis Z & X duorum laterum, invenire $\frac{A}{E}$: hactenus operando, ac ſi dixiſſes, Ego neſcio quid ſit illud latus majus, ſed quicquid ſit, præſumam de illo, ac ſi ſcirem; & eſto A, terminis ita notatis, reſtant in multis æquationibus quatuor agenda.

1. Æquationis conſtitutio; 2. Æquationis reductio; 3. Ejuſdem reſolutio; 4. Et quandoque extractio radicis.

1. Quod ad æquationis conſtitutionem attinet, vult Author in Sect. 2. ut magnitudines tam datæ quam quæſitæ, ſecundum conditionem quæſtioni convenienter efformentur; nempe, oportet terminos quæſtionis profunda meditatione contemplari, atque animo ſuſq; deq; revolvere, ut tandem valeas æqualitatem aliquam formare; neque enim hæc ars promittit extemporaneam quorumvis

rumvis ænigmatum ſolutionem; nempe, in propoſito problemate tecum aptam ratiocinationem hoc pacto adhibebis: Certe ſi ex ſumma laterum = Z tollatur latus majus = A, neceſſario reſiduum erit latus minus, Z—A=E; ideoque neglecto jam E pro latere minore, ejus loco in poſterum ſubſtituam Z—A; & quoniam differentia quæ mihi in quæſtione datur = X, obtinetur etiam, ſubducendo latus minus è majore; minore latere Z—A ſubducto a majore A, mutando ſigna minoris, reſt. A+A—Z, hoc eſt, 2A—Z=X; atque ita æquatio quædam conſtituta eſt: Verum hactenus prima tantum operatio peracta eſt, circa quam quidem maxima plerumque premit difficultas; enimvero in quibuſdam problematibus reſolvendis, quamvis in hac arte fueris verſatiſſimus, erit tandem quandoque altum dies nocteſque meditandum, more *Vietano*, capite inclinato & manibus ſuffulto: Multa peritia opus erit in Geometria & geometricis tractandis; nimirum, ut non modo rationes & proportiones notas habeas, ſed adeo familiares ut in uſum proferre promptus ſis; in quibuſdam quidem quæſtionibus ipſi problematum termini, regia via, ducunt analyſtam, ad æquationem facile parabilem, *ſcil.* operando ſecundum conditionem quæſtioni convenientem, mox æquationem efformabit, in aliis autem non ita; verbo dicam, quo quiſque fuerit theorematum tum *Euclideanorum* tum ſpecioſorum ſupellectile ornatior atque inſtructior eo ſagacior ſphynx in problematibus reſolvendis futurus: Ut Lector intelligat quæ ſequuntur, noverit ſaltem, quod datis (rectangulis triangulis planis) quadratis Catheti & Baſis, datur etiam quadratum hypotenuſæ per 47. 1. Et ſi dentur

 duo

duo anguli, datur etiam & tertius per 32. 1. Et data ratione laterum, datur & ratio quadratorum per 20. 6. &c. & penum Authoris in c. 11, & 18.

Quando plura ſunt quæſita, id eſt, in hac arte inprimis obſervandum quomodo nominentur, ut hic vides me ratiocinando inveniſſe modum exprimendi latus minus non per aliam vocalem E, ſed per Z—A; pariter ſi fieri poſſit tentandum eſt ut ſecundum quæſitum, &c. exprimas per primum & alias magnitudines datas quæ per conſonantes ſignificantur, quod, quando fieri non poteſt, tot ſint conſtituendæ æquationes quot fuerint quæſitæ magnitudines, ſolet *Carteſius* nominare magnitudines datas per primas literas alphabeti, a, b, c, &c. & quæſitas per ultimas y, z, x; ſed id unicuique liberum erit; nos Authorem noſtrum ſequimur.

2. Habuimus jam æquationem inventam ſive conſtitutam, *ſcil.* 2A—Z=X: ſequitur ſecunda operatio, quæ conſiſtit in reductione æquationis, quia nempe in omni æquatione ubi primum ex involucris quæſtionis effulget, nota cum ignotis confunduntur, uti in hac æquatione 2A—Z=X; quæſita magnitudo A ſtat non ſola ſed una cum 2 in A, & —Z; ideoque in hoc & ſimilibus caſibus termini æquationis ſunt comparandi addendo, ſubtrahendo, multiplicando & dividendo; atque ita ordinandi, ut A ſola ex una parte æquationis habeatur, nempe addendo Z ad utramque partem; fit 2A=X+Z; & dividendo utramque partem per 2, fit $A=\frac{X+Z}{2}$ eritque A=70; tum, invento latere majore, mox invenitur latus minus Z—A=100—70=30; itaque in omnibus æquationibus laborandum, ut A ſola vel

vel aliqua ejus poteſtas ad quam aſcendit, ut Aq, Ac, ſola ſtet ex una parte æquationis.

Reductionis cauſa, 5 regulas hic tradit *Oughtredus*, per quas termini æquationis mutari poſſint, æqualitate inter terminos æquationis manente.

1. Prima operatio vocatur à *Vieta* iſomeria, & fit ope multiplicationis, nam æqualia ſi æqualiter multiplicentur, manebunt æqualia producta, ut,

$$A-C=\frac{Aq+Bq}{D}+B+C.$$

Hic Aq, gradus magnitudinis quæſitæ, eſt in fractione, ergo, ut liberetur, ducatur utraque pars æquationis in D, denominatorem fractionis, fiet $AD-CD=Aq+Bq+BD+CD$: quia ipſa fractio multiplicatur per D, ſolum delendo D, ut Capite 10. docuimus, & ſi placet per 1. 9. hujus revocentur omnia ad $\frac{AD-DC}{D}=\frac{Aq+Bq+DB+DC.}{D}$ quoniam ergo denominator D eſt utrobique idem, poteſt negligi, vel multiplicando fractiones per D, abjiciatur D, ut diximus.

2. Secunda operatio vocatur à *Vieta* antitheſis, & fundatur in hoc principio; ſi æqualibus addas vel ſubtrahas æqualia erunt æqualia; ſi ergo $DA-DC=Aq+Bq+DB+DC$: addatur DC utrique parti, & erit $DA-DC+DC=Aq+Bq+DB+2DC$, vel in hujus prima parte expuncta $-DC$ propter $+DC$: erit $DA=Aq+Bq+BD+2DC$, nimirum idem evenit ac ſi mox tranſpoſuiſſes $-DC$ in alteram partem ſub ſigno contrario, *ſc.* $+DC$; tum ex utraque parte tolle Aq; erit $DA-Aq=Bq+BD+2DC$.

 3. Paraboliſmus

3. Paraboliſmus eſt quando ſpecies altiſſima quæſita, ut Aq in BAq ducitur in magnitudinem aliquam datam, ut in B datam, quo caſu ſi dividas æqualia per æqualia quotientes æquales erunt, ut, quoniam BAq+BqA= ZC, divide utrobique per B, & erit $Aq+BA=\frac{ZC}{B}$

4. Hypobibaſmus eſt etiam diviſionis operatio; quando contingit omnes magnitudines datas duci in gradum aliquem magnitudinis quæſitæ, fiat omnium per adplicationem ad minimam ſpeciem ſecundum ordinem tabellæ communis depreſſio; ut Aqq+BAc= Zq Aq, expuncto in ſingulis Aq, quia expungere eſt dividere, ut ante docuimus, oritur Aq+BA=Zq.

5. Ultima operatio, ſi magnitudo aliqua ſit latus ſurdum, æquatio in ipſis poteſtatibus eſt inſtituenda, vocatur à *Vieta* aſcenſus climacticus, & fit ope multiplicationis, ſi *r* q BA=C—B, ideoque ipſorum quadrata BA=Cq—2CB+Bq; quia *r* q BA quadratur ſolum abjiciendo ſignum radicale, & fit BA: tum dividendo utramq; partem per B, erit $A=\frac{Cq-2CB+Bq}{B.}$ item *r. u.* BA+CA=D+B; ergo quadrando utramque partem, fit BA+CA=Bq+2BD+Dq: per *r. u.* BA+CA intelligit non radicem BA, ſed radicem univerſalem BA+CA. Denique *r* q $\frac{A}{3}$ = *r* c 2A, conſule 11. 15. hujus; quia index quadrati 2, & index cubi 3, quia, inquam, 2 & 3 ſunt in minimis terminis, hic quotis alternis non opus erit, ſed immediate reducuntur ad idem genus, ducendo 2 in 3, unde fit 6, index cc; tum alterne cubando $\frac{A}{3}$, fit $\frac{Ac}{27}$, & quadrando 2A, fit 4Aq, ita

ita erit $r\,cc\,\frac{Ac}{27} = r\,cc\,4Aq$; tum cubo-cubando utramque partem, quod ſit abjiciendo ſignum radicale *r* c c, erit $\frac{Ac}{27} = 4Aq$, duc utramque partem in 27, erit Ac = 108 Aq; divide utramque partem per Aq erit A = 108.

Huc pertinet climacticus deſcenſus, quando æquatio in poteſtatum radicibus inſtituitur, ut ſi BA = Cq — 2CB + Bq; ergo erit *r* BA = C — B.

Æquationes non ſunt omnes unius generis; quandoque per has 5 operationes æquationes ita ordinari poſſint ut ſolum A (vel aliqua ejus poteſtas ad quam aſcendit, ut Aq Ac Aqq, &c.) ſtet ex una parte, & ſolummodo conſonantes ſive quantitates datæ ex altera; ſi æquatio ita ſtaret A = B + C — D, facile noveris valorem A, quia habes ex altera parte magnitudines datas illi æquales: ſi ita Aq = Bc + cD, facile etiam A habebitur, *ſc.* extrahendo radicem quadratam ex notis quantitatibus BC + CD, per c. 14. hujus; atque hujuſmodi æquationes vocantur puræ, quarum exempla ſint hæc quæ ſequuntur.

Ex. 2. Data differentia duorum laterum X = 12, & ratione eorundem (R. S = 3. 2.) ſeſqui altera invenire latera. Puta præſtitum eſſe quod poſtulatur, & eſto majus latus A, jam adhibeo aptam ratiocinationem, & mecum attentius conſidero, quomodo per has ſpecies latus minus deſignari poſſit. Certe quum latus majus ſit A, quodcunque illud fuerit, ſi differentia quæ hic mihi datur X = 12 tollatur ex A majore latere, neceſſario relinquetur minus latus; ergo minus latus erit A — X; & quoniam in problemate propoſito ratio horum

rum laterum datur, ſt. ut R ad S; erit ergo R. S : : A. A—X : hic effulget æquatio ; nam quia factus ab extremis æquatur facto à mediis, ergo SA=RA—RX.

Reducetur hæc æquatio & per antitheſin SA+RX=RA : & iterum per antitheſin RX=RA—SA : & per paraboliſmum, dividendo utramque partem per R—S $\frac{RX}{R-S}$=A, ſed $\frac{RX}{R-S}$=36, ergo A latus majus =36 : ergo latus minus A—X=24 : & 36. 24 : : 3. 2.

Mecum ratiocinando reperio opus abſolvi poſſe exprimendo etiam minus latus per $\frac{SA}{R}$, nam quoniam habeo inter latera rationem datam, Erg. ut R. S : : A $\frac{SA}{R}$ = minori lateri, per 11. cap. hujus. Ergo $\frac{SA}{R}$=A—X erg. per iſomeriam multiplicando utramque partem erit SA=RA—RX, & per antitheſin RX=RA—SA, & per paraboliſmum $\frac{RX}{R-S}$=A. quoniam per 11. hujus E=A—X, atque etiam E=$\frac{SA}{R}$ ergo $\frac{SA}{R}$=A—X.

Ex. 3. Dato rectangulo ſub lateribus B=20, & ratione laterum R S, invenire latera R=5 & S=1 ; puta præſtitum eſſe quod poſtulatur, &, eſto majus latus A, quoniam datur ratio laterum ; ſecundum conditionem quæſtioni convenientem ita ratiocinor, (terminos tam quæſitos quam datos comparando,) ut R. S : : A. $\frac{SA}{R}$=

minori

minori lateri; ergo ex A majori in $\frac{SA}{R}$ minus fit rectangulum $\frac{SAq}{R}$, ſed rectangulum B datur in problemate, ergo duobus modis exprimitur, & habeo æquationem inventam $B = \frac{SAq}{R}$; ergo per Iſomer. $BR = SAq$, & per paraboliſmum $\frac{BR}{S} = Aq = 100$; ergo extrahendo radicem, $10 = A$ majori, $\frac{SA}{R} = 2$ minori.

Ex. 4. Invenire tres numeros continue proportionales in ratione data $R.S. = 4.1$. ita ut ex inventorum numerorum continua multiplicatione gignatur datus numerus $B = 1728$. Primus eſto A, quoniam (ut vult quæſtio) ſecundus eſt in ratione quadrupla ad primum, erit ergo ſecundus 4A, & tertius eſt in ratione quadrupla ad ſecundum, ergo tertius erit 16A: ergo tria latera ſunt A, 4A, 16A. Secundum conditionem problematis ducantur in ſe continue. Ex A in 4A fit 4Aq; ex 4Aq in 16A fit 64 Ac; ideo per quæſtionem $64Ac = B$; ergo per parabol. $Ac = \frac{B}{64} = 27$; & extrahendo radicem cubicam $A = 3$: & numeri ſunt 48, 12, 3, & $48 \times 12 \times 3 = 1728$.

In hoc exemplo vides quomodo tres numeri quæſiti nominantur per unam ſpeciem A; non per alias duas vocales E & I.

Ex. 5.

Ex. 5.

Acer in Æmonia fugientem valle Lyciſca,
Inſequitur leporem picta per arva vagum;
Hic decies quinis præcedit ſaltibus, ille
Inſtat, & exultans, per juga læta ruit.
Dumque quater ſaliendo lepus conſurgit in altum,
Hic toties ternis ſaltibus evehitur;
At tantum geminis percurrit ſaltibus agri
Interea quantum conficit ille tribus.

Dic mihi jam quoties ſaltus iterante Lyciſca
Contigit infeſto præda petita cani.

Hoc problema in numeris (pro regula falſi, quæ cum Algebra magnam habet affinitatem) mihi propoſitum eſt in exemplum ab amico meo, *Georg. Attawello*, Erudito Mathematico, qui me primus docuit in Arithmetica vulgari, ejus reſolutionem in ſpeciebus algebraicè ita accipe.

Leporis ante lyciſcam paſſus $50=B.$
Lepus quater ſalit dum canis ter $R.S=4.3.$
At canis duo ſaltus dant tres leporis $M.N=2.3.$

Eſto A= numero paſſuum canis; ergo ratiocinando invenio quod $S.R :: A. \frac{RA}{S}$ = numero paſſuum leporis, & addendo B. ad $\frac{RA}{S}$ erit $M.N :: A. \frac{RA+SB}{S}$ = ſumm. totalis paſſu. lepor.

Ergo per theorema catholicum $NA=\frac{MRA+MSB}{S}.$

per iſometriam erit $SNA=MRA+MSB.$

per antitheſ. $SNA-MRA=MSB.$

per paraboliſ. $A=\frac{MSB}{SN-MR}=300.$ & $\frac{RA}{S}=400.$

Ter

Ter centum paſſus currit canis ille Lyciſca,
Et quadringentos præda petita facit ;
Sic quatuor ternis ſaltus quadrare videntur,
Et duo dant timidi tres numero leporis.

Hæc de puris æquationibus hactenus, verum enimvero quandoque torque æquationes, ut libuerit, nunquam illas ita reduces ut habueris magnitudinem quæſitam ſolummodo ex una parte, ſed vel ipſa magnitudo vel aliquis parodicus ad altiſſimam magnitudinis poteſtatem gradus miſcebitur cum magnitudine data, & æquatio ſtabit in hunc modum, vel ſimiliter.

$$Aq + AB = DC$$
$$Aq - AB = CF$$
$$Ac + BAq = BCD$$
$$Aqq + CqAq = BqCq.$$

Hic vides magnitudinem quæſitam A, vel gradum ejus ſcanſorium Aq, miſtum cum magnitudine data, id eſt, Aq ductum in B, neque ope prædictarum regularum poteſt fieri liberatio ; hujuſmodi æquationes appellantur adfectæ ; quæ duûm generum ; vel enim æquationes adfectæ æqualiter aſcendunt in ordine ſcalæ, vel inæqualiter.

Quid eſt autem æqualiter aſcendere ?

Meminiſti proculdubio quod poteſtates omnes A, Aq, Ac, &c. indices ſuos habent correſpondentes 1, 2, 3, &c. jam æqualitas hæc vel inæqualitas ab indicibus æſtimanda : ſi nempe indices aſcendant æqualibus exceſſibus, id eſt, in ratione arithmetica, quæ & in hoc negotio eſt ſemper indicis maximi ad medii dupla, ut in exemplis ; ita,

1 2 0	2 1 0
Z A — Aq = Æ	Aq + XA = Æ
2 4 0	4 2 0
Z)Aq — Aqq = Æq	Aqq — X)Aq = Æq
3 6 0	6 9 0
"ZAc — Acc = Æc	Acc — "XAc = Æc
&c.	&c.
Z E — Eq = Æ	Eq + X E = Æ
Z)Eq — Eqq = Æq	Eqq + X)Eq = Æq
"ZEc — Ecc = Æc	Ecc + "XEc = Æc
&c.	&c.

In hac æquatione Ecc+"XEc=Æc ſunt tres ſpecies, prima Æc rectangulum, ex Ac in Ec, media eſt "XEc, ex differentia cuborum ducta in cubum minoris; altiſſima ſpecies Ecc eſt cubo-cubus minoris.

Et hæ tres ſpecies aſcendunt æqualiter, quia index rectanguli Æc eſt 0; quia rectangulum in ſcala neque eſt radix, neque quadratum, neque cubus, &c. ideoque pro abſoluto numero habetur ab unitatibus quas continet æſtimando, meritoque habet pro indice 0 circulum, qui unitatum loco appropriatur; qui rectangulum in numeris deſcribere ſolent, ut Aq—2A=8N, literam N numerum abſolutum ſignificantem apponunt: tum index mediæ ſpeciei "XEc (in qua data magnitudo (quæ per conſonantem "X exprimitur, & co-efficiens appellatur) ducitur in cubum magnitudinis quæſitæ) eſt ratione cubi 3, qui numerus 3 excedit cyphram 0 per 3: tum ultimo, index altiſſimæ ſpeciei Ecc eſt 6, qui excedit 3 per 3; ita aſcendunt indices harum trium ſpecierum æqualibus exceſſibus 0, 3, 6.

I. Hic

Hic autem ſciendum quod (inter operandum) nunquam habueris æquationem reſolvendam, deſcriptam exactè in ulla harum formarum, ex. gr. Eq+XE=AE; nullo pacto enim rectangulum vocalibus exprimitur, quia dari ſupponitur; ſed ita, Eq+XE=B, vel Eq+XE=Bq, vel Eq+XE=Bc, intelligendo Bc=24 ac ſi eſſet rectangulum AE, ex ductu 4=E in A=6: quinetiam inter operandum ſæpe ſupprimitur, & quaſi ſilet X, æquatione ita deſcripta, Eq+DE=BC; ſubintelligendo quod D in hac æquatione eſt differentia laterum, nempe X=2.

Imo quanquam pro latere majore ſcribere ſolemus A, pro minore E, ſæpiſſime tamen fit (ſi quod diligenter obſervabis) ut per ipſam ſpeciem A ſubintelligere debeas minorem E, ita poſſis, ſi velis, pro Ecc+XEc=AEc ſcribere Acc+XAc=Bcc, intelligendo per Bcc forte 13824, rectangulum, ex Ac in Ec, cujus lateris minoris, ſc. Ac, radix cubica erit A=4; majoris rad. cub. erit 6; ideoque & per Acc ſubintelligendus erit cubo-cubus minoris radicis, ut poſtea intelliges planius; quia in operando priuſquam noveris an magnitudo quæſita A fuerit major vel minor, poſſis ſcribere ex voluntate tua pro magnitudine quæſita A, dicens, Puta præſtitum eſſe quod poſtulatur; & eſto A; tum eventus operis docebit an A fuerit majus vel minus latus rectanguli, ut mox (inquam) planius intelliges.

Eſt autem æquatio hæc adfecta ita exprimenda, ſc. nempe cubo-cubus Ecc adfectus adjunctione ſolido-ſolidi XEc ſub cubo lateris Ec, & coefficiente ſolido X.

In

In ſeriebus æquationum ſupra deſcriptis, ſecundæ & tertiæ hanc habent geneſin, quia per 11. cap. facile patet quod Zɔ — Aq = Eq ducatur utraque pars in Aq, erit ZɔAq — Aqq = Æq, Z — Ac = Ec ducatur utraque pars in Ac erit ZAc — Acc = Æc, & quemadmodum ibidem patet quod $\frac{Z+X}{2}$ = A, ita etiam $\frac{Zɔ+Xɔ}{2}$ = Aq & $\frac{Z+X}{2}$ = Ac.

Quotieſcunque igitur proponitur æquatio conſtans ex tribus ſpeciebus æqualiter in ordine ſcalæ aſcendentibus, cogitabis magnitudinem abſolutam datam eſſe rectangulum ſub duabus magnitudinibus quæſitis, ſive latera ſint ut AE, ſive quadrata ut Æq, ſive cubi ut Æc = AcEc, &c. qualis, *ſcilicet*, eſt poteſtas mediæ ſpeciei; quod ſi altiſſima ſpecies Aq ſit negata in hac æquatione ZA — Aq = AE, eſt Aq negata, id eſt, — Aq, tum co-efficiens Z in media ſpecie ZA erit ſumma magnitudinum quæſitarum, & de utraque exponetur; id eſt, de utraque magnitudine rectangulum AE componente nempe tum A majore latere tum E minore; urgebis adhuc, quid eſt exponi? Reſpondeo, Exponetur, id eſt, explicabitur, juxta regulas ſequentes; & quod ad ſummam attinet, juxta primam eruetur, tum A major radix, tum E minor; ideoque quando altiſſima ſpecies eſt negata, ut ZA — Aq = AE, ſive in operando BA — Aq = Cq, æquatio hujuſmodi duas habebit radices, nempe,

$\frac{Z}{2}$ + *r. u.* $\frac{Zq}{4}$ — Æ = A majori.

& $\frac{Z}{2}$ — *r. u.* $\frac{Zq}{4}$ — Æ = A minori.

Et utraque radix æquationi BA — Aq = Cq ſatisfaciet; ita ut ſi exponatur de majori erit BA — Aq = Cq;

etiam

etiam ſi de minori erit. BA—Aq=Cq ; obiter, quando ad regulas ventum erit, obſervato lineolam, *ſcil.* — ſub +, ita, $\frac{1}{2}$Z ± *r. u.* &c.

At ſi altiſſima ſpecies ſit adfirmata, co-efficiens erit magnitudinum quæſitarum differentia, ipſa autem ſpecies exponetur de majori, ſi media ſpecies negetur, id eſt, ſi ſit Aq—BA=Cq: hic —BA eſt negativ. & in hoc caſu regula ſecunda dabit utrumque latus rectanguli; ſed profecto ſolummodo majus æquationi ſatisfaciet *r. u.* $\frac{Xq}{4}$+Æ : +$\frac{X}{2}$=A majori; vel in æquatione propoſita B=X; erg. *r. u.* $\frac{Bq}{4}$+Cq : +$\frac{B}{2}$= A majori.

Sin autem media ſpecies etiam adfirmetur, ſpecies exponetur de minore, ut, Aq+BA=Cq; hic +BA eſt adfirmat. ergo ſolummodo minus latus in hoc caſu æquationi ſatisfaciet & per negativam partem regulæ ſecundæ, *r. u.* $\frac{Xq}{4}$+Æ : —$\frac{X}{2}$=A minori.

Supponitur in æquatione reducta dari una cum rectangulo vel ſumma vel differentia, ut, BA—Aq=Cq datur rectangulum = Cq, quanquam magnitudines ex quibus componitur quæruntur; datur etiam & ſumma = B, quia — Aq altiſſima ſpecies eſt negata.

Tum datis binarum quæſitarum magnitudinum ſumma & rectangulo, datur differentia earundem; vel data differentia & rectangulo, datur ſumma: nam per 2. Cap. 11.

Q $\frac{1}{2}$Z—Æ=Q $\frac{1}{2}$X
Q $\frac{1}{2}$X+Æ=Q $\frac{1}{2}$Z } quare { *r. u.* $\frac{1}{4}$Zq—Æ=$\frac{1}{2}$X
r. u. $\frac{1}{4}$Xq+ Æ=$\frac{1}{2}$Z } per 8 hujus capitis.

Rogabis, quomodo ſit $Q\frac{1}{2}Z : -Æ = Q\frac{1}{2}X$.

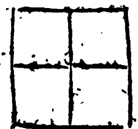
Reſp. per 2. 11. hujus, $\frac{1}{4}Zq - \frac{1}{4}Xq = Æ$.

ergo per 4. 2. el. $Qu.\frac{1}{2}Z : -Qu.\frac{1}{2}X = Æ$.

ergo per antitheſin, $Qu.\frac{1}{2}Z : -Æ = Q\frac{1}{2}X$.

erg. p̄ climact. deſc. *r. u.* $\frac{1}{4}Zq - Æ = \frac{1}{2}X$.

Quod quadrans quadrati alicujus lineæ æquatur quadrato ſemiſſis ejuſdem lineæ per 4. 2. El. apparet ex hoc ſchemate



biſecetur AD in B.

A B D $\frac{1}{4}Q{:}AD = Qu{:}\frac{1}{2}AD = Qu{:}BD$.

Denique datis binarum magnitudinum, $\frac{1}{2}Z$ & $\frac{1}{2}X$, dantur ipſæ magnitudines hiſce duabus regulis,

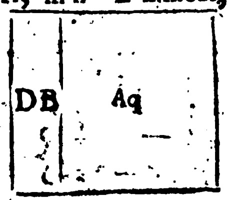
1. Reg. $\frac{1}{2}Z \pm$ *r. u.* $\frac{1}{4}Zq - Æ : (\frac{1}{2}X) = {A \atop E}$ { quia per 2. 11. $\frac{Z}{2} \pm \frac{X}{2} = {A \atop E}$

2. Reg. *r. u.* $\frac{1}{4}Xq + Æ : (\frac{1}{2}Z) \pm \frac{1}{2}X = {A \atop E}$

Harum regularum demonſtratio geometrica diverſimode conſtrui poteſt: ipſe author modum unum expoſuit cap. ult. probl. 24, 25. ſic etiam breviter omnes caſus ab *Euclid.* 5. 2. el. demonſtrantur.

Sunto magnitudines ſive radices quæſitæ n c = A majori, m n = E minori, z = m c. $\frac{1}{2}$ z = o C = m o.

A



m n o c

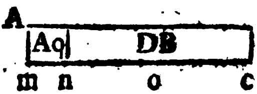
propter conſtitutionem æquationis ſiat DB + Aq = CA = toti rectangulo per 3. 2 el. erg. per antith. DB = CA − Aq.

quæratur major.

Propter

Propter reſolutionem æquationis, exponatur per 4. 2. el. quod Qu. $\frac{1}{2}$ Z = m o eſt = $\frac{1}{4}$ Zq; & quod rectangulum m n c ſub inæqualibus ſegmentis ſit per conſtructionem = DB.

Qu. m o = m n c + Q. n o. per 5. 2.
erg. $\frac{1}{4}$ Zq = DB + Q. n o. per expoſitionem.
erg. $\frac{1}{4}$ Zq — DB = Qu. n o. per antitheſin.
erg. *r. u.* $\frac{1}{4}$ Zq — DB = n o. per climactic. deſcenſum.
erg. $\frac{1}{2}$Z = oc + *r. u.* $\frac{1}{4}$Zq — DB (= n o = $\frac{1}{2}$X) eſt = n c maj.
nempe o c + n o = n c majori.



quæratur minor A = m n; & conſtituatur per 3. 2. el. & antitheſin ZA — Aq = DB.

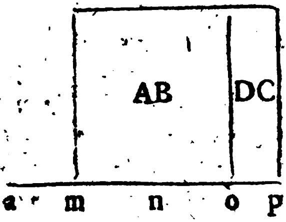
Erg. per 5. 2. el. per expoſitionem, antitheſin & climacticum deſcenſum, ut prius, erit $\frac{1}{2}$ Z = m o — *r. u.* $\frac{1}{4}$ Zq — DB (= n o = $\frac{1}{2}$ X) eſt = m n minori; hoc eſt, m o — no = m n minori.

Eſto hic caſus primus in quo dualis radix exigitur, ſequitur ſecundus.

Quando altiſſima ſpecies eſt adfirmata & media negata, ſunto quæſitæ magnitudines A = m p majori, E = o p = a m minori, differentia erit m o = X = B.

Quadretur m p = Aq, & conſtituatur æquatio per 2. 2.

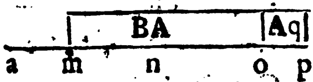
Æ+Ax = Aq
ſive BA+DC = Aq
erg. DC = Aq—BA. Per antitheſin æquatio ita reſolvitur.



Quoniam m p o+Qu. n o = Qu. n p. per 6. 2.
erg. Dc + $\frac{1}{4}$ Xq = Qu. n p. per expoſitionem.
erg. r. u. $\frac{1}{4}$ Xq + Dc = n p. per climact. deſc.
erg. r. u. $\frac{1}{4}$ Bq + Dc (hoc eſt, n p = $\frac{1}{2}$ Z) + m n (hoc eſt, $\frac{1}{2}$ X) eſt = A majori; nempe, n p + m n = m p hic major ſola æquationi ſatisfacit: nam intelligendo o p minorem eſſe = A; non erit Dc = Aq —BA.

Si utraque ſpecies ſit adfirmata ut Aq+XA = Æ ſive Aq + BA = Dc = toti rectangulo, quæratur minor.

Eſto m p = majori, & A = o p minori, cui æquetur a m, erit differentia m o = B = X & Qu. n o = $\frac{1}{4}$ Xq, & m p o = Dc.



Erg. p. 6. 2. el. r. u. $\frac{1}{4}$ Xq + m p o (hoc eſt, n p = $\frac{1}{2}$ Z) —$\frac{1}{2}$ X (hoc eſt, n o) eſt = o p, ſive A minori; nempe, n p — n o = o p minori, quæ (in hoc caſu qui ſit tertius) ſola æquationi ſatisfacit: nam intelligendo m p eſſe = A, non erit Aq+BA = Dc.

Atque

Atque ita omnes caſus ex quinto tum etiam ſexto ſecundi Elementorum demonſtrantur, neque metuas quin & in altioribus æquationibus eadem tenebit demonſtratio; nam in feriebus altiſſima ſpecies eſt ubique quadrata mediæ, (ut ex Ac in Ac fit Acc) ideoque & illius index hujus erit duplus; neque aliter fieri poteſt, quin ab indice (o)[1] progreſſio omnis arithmetica neceſſario debeat eſſe dupla.

Vides jam ex antedictis quod præter conſtitutionem & reductionem æquationis, etiam reſolutionem per regulas expoſitas & extractionem radicis quandoque fieri debere; ſed Exemplis omnia erunt clariora.

Exemp. 1. Invenire duos numeros quorum ſumma B = 25 datur, ita ut ex ductu unius in alterum gignatur alius quivis datus numerus CD = 84.

Puta præſtitum eſſe, &c. & unus eſto A; ergo quoniam ſumma datur alter erit B—A; ex ductu unius A in alterum B—A factus erit BA—Aq; & juxta tenorem quæſtionis

1 2 0

erit BA—Aq = CD: æquatio hæc non patitur ulteriorem reductionem; & quoniam altiſſima ſpecies Aq eſt negata, B co-efficiens in media ſpecie erit Z, ſumma magnitudinum quæſitarum, ex quibus fit CD rectangulum = 84, juxta formam illam in ſeriebus ZA—Aq = Æ.

Erg. in hoc caſu dualis radix exigitur juxta regulam primam:

$$\text{nempe}\begin{cases}\frac{B}{2} + r.u.\ \frac{Bq}{4} - CD. = A \text{ majori} = 21.\\ \frac{B}{2} - r.u.\ \frac{Bq}{4} - CD. = A \text{ minori} = 4.\end{cases}$$

 Tolle

Tolle $\frac{336}{4}$ è $\frac{625}{4}$ reſt. $\frac{289}{4}$, hujus radix quadr. eſt $\frac{17}{2}$ = $8\frac{1}{2}$. Ad $8\frac{1}{2}$ adde $12\frac{1}{2}$ = $\frac{1}{2}$B, major erit 21; tum ex $12\frac{1}{2}$ tolle $8\frac{1}{2}$ reſt $4 \frac{39}{4}$ = $\frac{625}{4}$ & CD = 84 = $\frac{336}{4}$.

Jam redibis ad æquationem BA — Aq = DC; & vide quomodo utraque radix (tam 21, tum 4) æquationi ſatisfacit.

BA — Aq = DC

hoc eſt, 25x21 — quadr. ex 21 = 84.

Sic etiam,

BA — Aq = DC

25x4 — quadr. ex 4 = 84.

Exemp. 2. Numerum invenire, qui cum dato numero B = 156 ſuum quadratum, *ſc.* Aq efficiet.

Puta factum eſſe, &c. & eſto A; erg.

2 1 0

A + B = Aq; & per antitheſin Aq — A = B.

Hic altiſſima ſpecies + Aq eſt affirmata; erg. co-efficiens erit differentia & æquationis reſolutio facienda per regulam ſecundam; & quoniam media ſpecies — A eſt negata, pertinet per caſum ſecundum ad affirmativam partem iſtius regulæ;

nempe, *r. u.* $\frac{1}{4}$Xq + B. + $\frac{1}{2}$ X = A majori.

Dices, Ego hic nullum video numerum co-efficientem in media ſpecie, ſed A per ſe ſola ſtat. Reſpondeo, Si deſit co-efficiens, unitas erit co-efficiens ejuſmodi æquationum.

1 = X nam A = 1A: erg. $\frac{1}{4}$Xq = $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{2}$ X = $\frac{1}{2}$. (156 + $\frac{1}{4}$) = $\frac{625}{4}$ cujus radix $\frac{25}{2}$ = $12\frac{1}{2}$ cui adde $\frac{1}{2}$ fit 13 = A. 13 + 156 = 169 = quadrato è 13.

Ex

Ex $12\frac{1}{2}$ tolle $\frac{1}{2}$ reſtat 12, minus latus rectanguli; nam ex 12 in 13 fit 156 rectangulum: ſed 12 non ſatisfacit æquationi $Aq - A = B$; nam $144 - 12$ non eſt $= 156$.

Exemp. 3. Invenire numerum A, cujus Aqq cum dato numero $B = 8$ efficiet numerum ad Aq in data ratione $R.S. = 6.1$.

$R.S :: Aqq + B. Aq.$

erg. $SAqq + SB = RAq$ per theor. cathol.

erg. $SB = RAq - SAqq$ per antitheſin.

erg. $B = \frac{RAq}{S} - Aqq$ dividendo per S.

Hic co-efficiens, nempe $\frac{R}{S}$, erit ſumma quadratorum, quia altiſſima ſpecies $- Aqq$ negatur:

erg. $\frac{1}{2}\frac{R}{S} = 3. + r.u.\frac{1}{4}\frac{Rq}{Sq} - B = 1.$ id eſt, $3 + 1 =$ Aq & $A = 2$. maj. & $3 - 1 = 2$ $\begin{cases} 6.1 :: (16+8)\,4 \\ 6.1 :: (4+8)\,2 \end{cases}$
$= Aq$ & $A = r\,2$. minori
$r\,2$ quadretur, & fit 2, cujus quadratus eſt $4 = Aqq$ quadrato-quadratus radicis è 2; ex 4 addito ad rectangulum datum juxta conditionem problematis ſumma eſt 12 ad 2, ut 6 ad 1.

In hoc exemplo vides quod, præter reſolutionem æquationis, & radix extrahenda, ut inveniatur A.

Illa magnitudo data appellatur co-efficiens, in quam ducitur magnitudo quæſita vel aliquis ejus gradus: in hoc exemp. gradus magnitudinis, nempe Aq, ducitur in $\frac{R}{S}$.

Ideoque, ſi æquatio aliqua, ſtaret in hunc modum; $\frac{SB}{D}$

$$\frac{SB}{D}=\frac{mAq}{n}+\frac{GAq}{C}+\frac{RAq}{S}-Aqq.$$

$\frac{SB}{D}$ eſſet rectangulum datum, co-efficiens eſſet compoſitus ex $\frac{m}{n}+\frac{G}{C}+\frac{R}{S}$ nam ex his in ſolam Aq fiunt tres ſpecies, quæ pro una nempe media reputantur in hac æquatione, quæ reſpondet ad AqEq=Z⊃Aq—Aqq.

Exemp. 4. Invenire numerum A, ad quem Aq multatus numero dato quocunque, puta B=264, rationem datam habeat R. S=10. 1. juxta conditionem quæſtionis.

	Aq—B.A :: R. S.	
ergo	RA=SAq—SB	per cath. theor.
ergo	SAq—RA=SB	per antith.
	2 1 0	
ergo	$Aq-\frac{RA}{S}=B$	per parabol.

Co-efficiens $\frac{R}{S}$ eſt differentia, & quæritur major per primam partem poſterioris regulæ:

$$r.\ u.\ \tfrac{1}{4}Xq+Æ.+\tfrac{1}{2}X=A.$$

hoc eſt, $r.\ u.\ \frac{1}{4}\frac{Rq}{Sq}+B.+\frac{1}{2}\frac{R}{S}=A.$

$\frac{1}{2}\frac{R}{S}=5$, hoc eſt, $r.\ u.\ 25+264=r\,289=(17:+5)$ $=22=A.$

Quadretur 22, fit 484, è quo tolle 264, erit 220.22::10.1.

$r.\ u.\ \frac{1}{4}\frac{Rq}{Sq}$, &c. reſpondet formæ *Oughtredi*, $r.\ u.\ \frac{1}{4}Xq$, &c.

Forma

Forma autem noſtra ſic legenda; radix univerſalis, quadrantis quadrati co-efficientis ſive quæſitarum magnitudinum differentiæ $=\frac{R}{S}$, plus rectangulo $=$ B; radix (inquam) hæc univerſalis aucta ſemiſſe co-efficientis, æquatur magnitudinum majori.

Exemp. 5. Duos numeros in dato exceſſu B $= 6$ invenire, ita ut ex ductu unius in alterum gignatur numerus datus quicunque C $= 475$.

Puta, &c. Et eſto minor A, quoniam datur exceſſus $=$B; ergo major erit A $+$ B, & juxta tenorem quæſtionis conſtituetur æquatio

$$Aq + BA = C.$$

Quoniam hic media ſpecies BA eſt affirmata, pertinet ad caſum tertium, & reſolutio fiet per poſteriorem partem regulæ ſecundæ, in qua co-efficientis ſemiſſis negatur de radice univerſ. *r.u.* $\frac{1}{4}$Bq$+$C. $-\frac{1}{2}$B $=$ A minori.

Ex *r. u.* $(9+475) = 22$ tolle 3, erit A $= 19$ min.
$22+3=25$ maj.

In hoc exemplo utraque radix requiritur ad ſatisfaciendum quæſtioni, ſed profecto major non ſatisfacit æquationi Aq $+$ BA $=$ C:

nam Q. 25 $+$ 25 in 6 non eſt $= 475$.
ſed Q. 19 $+$ 19 in 6 eſt $= 475$.

Exemp. 6. Uberioris explicationis cauſa dabimus, omnium caſuum alia eaque naturalia exempla, quæ & prodeſſe & delectare poſſint; tentabis autem (ſi placet) per teipſum; noſtris non examinatis.

Data

Data media (B=12) trium proportionalium linearum rectarum & differentia inter extremas = 10, invenire minorem extremam.

Minor eſto A, major erit A + X, ducatur in A, & per cath. theor. erit Aq + AX = Bq
per poſteriorem partem 2^{dæ} reg. A=8. 8. 12. 18. $\div$

Exemp. 7. Invenire majorem; eſto A; minor erit A—X, erg. Aq—XA=Bq
per priorem partem reg. 2^{dæ} A=18. 18. 12. 8. $\div$

Exemp. 8. Data media trium proportionalium B=12, & ſumma extremarum =Z=26, invenire alterutram extremam.

Major eſto A, minor erit Z—A, erg. ZA—Aq=Bq
per affirmativam partem prioris reg. A = 18 majori.

Eſto A minor, maj. erit Z-A, erg. iterum ZA-Aq=Bq
per negativam partem prioris reg. A = 8 minori.

Curioſus Lector, & qui voluptatem capit in Problematibus reſolvendis, plura hujus generis in *Clavii* Algebra reperiat, etiam & in Authoris cap. 19, multa exempla geometrica ad has duas regulas ſpectantia habuerit, quæ quidem, his intellectis, explicatione non indigent; ideoque & ex monito Authoris ad calcem Problematis 14 capitis iſtius, ulteriorem explicationem omiſimus, præterquam eorum quæ habentur circa Progreſſionem Arithmeticam ad Problema ſextum ibidem.

Certe in hoc capite Sagaciſſimus *Oughtredus* abditiſſima recluſit myſteria, & quod mirabile dictu ex pri-

mis

mis atque facillimis illis æquationibus, in cap. 11. ingentem extraxit theſaurum; nimirum poſt alia quorum ſuavis admodum eſt contemplatio atque ſcientia utiliſſima, æquationum tum geneſin tum analyſin expoſuit non modo ſed & una demonſtravit; pergit Author binomiorum & triangulorum praxin ex iiſdem fœcundis juxta atque facillimis principiis inſtituere, pulcherrima ſane methodo, adeo ut pro ſingulis centum immolaſſe boves ſit juſto longe minus.

Et quod ad geneſin & analyſin ſex illorum binomiorum quæ ab *Euclide*, 10. el. celebrantur, oſtendit, primo, quomodo quadrentur; dein, quomodo radices quadratæ extrahantur.

Intellectis iis quæ jam expoſuimus, præſertim in cap. 15. una cum aliquali ſcientia in decimo elementorum horum binomiorum tum geneſin tum analyſin percipere non erit difficile; qui autem priora non capiunt, vereor ne oleum & operam perdant.

10. Pro geneſi binomiorum ex lateribus ſuis ſurdis regula eſt Zɔ + 2Æ = Zq.

Pro reſiduorum regula eſto Zɔ − 2Æ = Xq.

Zɔ + 2Æ = Zq nempe, quia per cap. 11. Zq = (Aq + Eq) + 2AE, ex hac æquatione quæ quartam ſecundi elem. exponit, facile eſt cujuſlibet binomii etiam rationalis quadratum in duobus nominibus exhibere; ut quadratus ex (6 + 4) = 10 conſtat ex Qu. 6 = 36 & Qu. 4 = 16 conſtat (inquam) ex quadratis 36 & 16 additis = 52, pro nomine majore, cui, pro nomine minore, adde per ſignum + rectang. duplum ex 4 + 6 = &c. 48 = 2Æ, habebis quadratum in duobus nominibus (52 + 48) = 100.

In exemplo primo duo nomina ſunt, 4 & *r* 11; quadretur 4, & fit 16; quadretur *r* 11, abjiciendo ſignum radicale, & fit 11: ex 16 & 11 additis erit 27. = Zↄ. pro nomine majore; tum, pro minore, per 10 & 11. cap. 15. ex *r* 16 = 4 in *r* 11, fit rectangulum *r* 176, cujus duplum eſt *r* 704 = 2 Æ, *ſc.* multiplicando *r* 176 per *r* 4 = 2, attollendo 2 ad *r* 4:

ergo Zↄ + 2Æ = Zq,

hoc eſt, 27 + *r* 704 = Qu. 4 + *r* 11.

In ſecundo exemplo obſervabis quod ſit nominum reductio, nempe, per 7 15 hujus reducuntur *r* 12 & *r* $\frac{27}{4}$ ad eundem denominatorem, *ſc.* ad *r* $\frac{48}{4}$ + *r* $\frac{27}{4}$, & comparando per crucem, ut in cap. 10. hujus, reducuntur ad minimos terminos,—ita, *r* qq 12 + *r* qq $\frac{27}{4}$ comparando per crucem.

$$\text{M.C.M.}4)\ \frac{\overset{3}{12}}{1}\quad \frac{27}{\underset{1}{4}}$$ *r.* habes *r* qq 3 + *r* qq 27.

11. Ex geneſi æquationum, in cap. 11. ſicut poſitis in principio, A+E=Z, inde fit Aq+2AE+Eq=Zq; ita, ſi in principio poſuiſſes Aq+Eq=Zↄ, inde fuiſſet Zↄq = Aqq+2AqEq + Eqq, atque ex eodem rationis ductu, $\frac{Z\text{ↄ}}{2} + \frac{X\text{ↄ}}{2}$ = Aq & $\frac{1}{4}$ Zↄq — Æq = $\frac{1}{4}$ Xↄq.

Unde pro analyſi binomii regula eſto,

$\frac{1}{2}$ Zↄ ± *r.u.* $\frac{1}{4}$ Zↄ q — Æq : ($\frac{1}{2}$ Xↄ) = $\frac{Aq}{Eq}$

In exemplo primo Æ eſt *r* $\frac{704}{4}$, quia *r* 704 eſt minus nomen = 2Æ; ſi ergo dividas per 2 = *r* 4, erit Æ = *r* $\frac{704}{4}$.

In hoc exemplo $\frac{27}{2} + \frac{5}{2}$ ſunt = $\frac{32}{2}$ = 16, cujus latus eſt 4.

12. At-

12. Atque hic obiter trianguli rectanguli plani geneſis ſe offert, quia $Zq = Xq + 4AE$; nam per c. 11. $Zq - Xq = 4AE$, ideoque per antitheſin $Zq = Xq + 4AE$; nempe $Hq = Bq + Cq$, per 47. 1. el. per H intelligit hypothenuſam, per B baſin, per C cathetum ſive perpendicularem.

Quod ſi velis ex binis lineis ſive numeris $A = 2$ & $E = 1$ triangulum rectangulum conſtituere, quoniam per 47 el. 1. unum quadratum, nempe hypothenuſæ ſive lineæ ſubtendentis, angulum rectum, æquatur duobus quadratis, *ſc.* crurum baſis & catheti; & per 11. hujus, unum quadratum, nempe $Zq = Aq + 2AE + Eq$, æquatur duobus, *ſcil.* $Xq = Aq - 2AE + Eq$, una cum $4AE$; dico unum quadratum $Zq =$ duobus $Xq + 4AE$, ideo ſupponas $4AE$ eſſe duorum quadratorum alterum, latera igitur erunt $A + E$ (latus ex $Aq + 2AE + Eq$,) $A - E$ (latus ex $Aq - 2AE + Eq$,) & $r\,4AE$; laterum (inquam) trianguli erit primum pro hypotheneuſa trianguli, $A + E = 2 + 1 = 3$; ſecundum, pro baſi, $A - E = 2 - 1 = 1$; & tertium, pro catheto, erit $r\,4AE. = r\,4 \times 2 \times 1. = r\,8.$

Jam quoniam radix $4AE$ eſt ſurda, ideoque exprimi nequit ut ſurditas illa (ſi ita loquar) evitetur; A & E, ſpecies in principio poſitæ, mutabuntur in Aq & Eq; atque ita ut in ſectione 11 hujus capitis oſtendimus $Z\mathrm{ɔ}q = X\mathrm{ɔ}q + 4AqEq$, jam radix $4AqEq$ poteſt exprimi, eſt nempe $2AE$; latera ergo erunt, pro hypothenuſa, $Z\mathrm{ɔ} = Aq + Eq = 4 + 1 = 5$; ſecundum, pro baſi, erit $X\mathrm{ɔ} = Aq - Eq = 4 - 1. = 3$; & tertium, pro catheto, erit $r\,4AqEq = 2AE. = 2 \times 2 \times 1. = 4$: latera ergo ſunt, ut habet Author, 5. 3. 4.

13. Datis

13. Datis binis triangulis rectangulis H. B. C. & h. b. c. tertium ex ipſis fabricare, idque dupliciter,

1. quia Bq—Hq—Cq } multiplicentur invicem.
& bq—hq—cq }

Eritque, &c.

Literæ majores, H B C, ponuntur pro lateribus majoris trianguli; & literæ minores, h b c, pro lateribus minoris.

Multiplicentur invicem; nam ſi æqualia æqualibus multiplices facta erunt æqualia; ergo ex Bq in bq fit unum quadratum, Bq bq, cujus radix Bb; ex Hq—Cq in hq—cq, fit (Hq hq—Hq cq—Cq hq+Cq cq) — Hq hq + Cq cq minus Hq cq + Cq hq duobus quadratis; dico unum quadratum Bq bq — Hq hq + Cq cq min. Hq cq + Cq hq duobus quadr. ideoque æquatio ad triangulum applicetur per 47. 1. el.

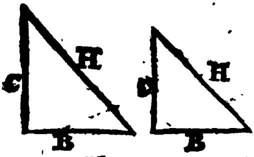
Dices, Unde ſciam ultimam partem æquationis conſtare ex duobus quadratis? Reſpondeo, Docet Author in proximis. Nam Q. Hh + Cc, hoc eſt, quadrando Hh + Cc, habebis Hq hq + Cq cq + 2HC hc; & ſimiliter quadrando Hc + Ch, habebis Hq cq + Cq hq + 2 HC hc; tum ſubtrahendo unum quadratum ex altero per ſigna contraria, videbis quod — 2HC hc expunget + 2HC hc; & erit,

Unum quadr. Bqbq—Hqhq+ Cqcq min. Hqcq + Cq hq — duobus quadratis. Sive quod idem eſt,

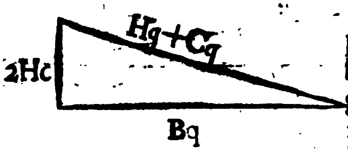
Bqbq—Q. Hh+Cc min. Q. Hc+Ch; & erunt latera extrahendo radices

Bb. Hh+Cc. Hc+Ch; quæ ſit regula prima.

Quæ



Quæ ſequuntur de angulis ſimplis, duplis, &c. una cum primis ſectionibus cap. 17. pertinent ad magna myſteria angularium ſectionum, quarum gratia conſulere potes *Vietam* & *Anderſonum* ibidem. Omnes literæ in regulis ſupponuntur eſſe majores pro prima operatione qua triang. ſunt æqualia; ac ſi regul. 1. eſſet BB. HH+CC. HC+CH. Et difficultas omnis mox evaneſceret ſi velles ad regulas attendere: nam dicit regula inprimis BB, id eſt, baſis unius ducatur in baſin alterius pro nova baſe; erg. ex B in B fit Bq.

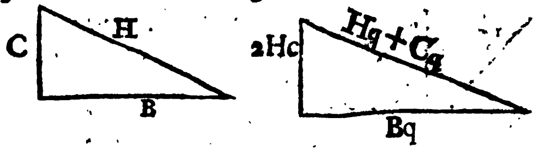


Tum dicit regula ad proximum punctum pro hypothenuſa novi trianguli HH+CC, hoc eſt, ſume rectangulum ſub hypothenuſis, plus rectangulo ſub cathetis, hoc eſt, Hq+Cq.

Ultimo dicit regula pro catheto novi trianguli HC+CH, id eſt, ſume rectangulum ſub hypothenuſa primi & catheto ſecundi auctum rectangulo ſub catheto primi & hypothenuſa ſecundi; id eſt, duplum rectangulum ſub hypothenuſa & catheto, id eſt, HC + HC = 2HC; atque ita angulus baſi oppoſitus, in novo triangulo, erit duplus anguli reſpondentis in ſimplice triangulo.

Jam

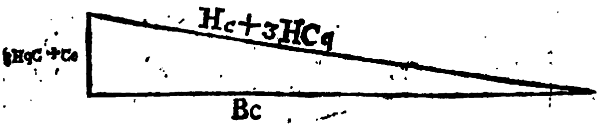
Jam ex his duabus triangulis



fabricabis tertium pro triplo angulo ad baſin oppoſito multiplicando latera hæc inventa per H. B. C. juxta regulam Bb. Hh+Cc. Hc+Ch.

ſtent ita, Bq. Hq+Cq. 2HC.

B. H. C.



Litera c minor hic cubum ſignificat.

Cc=C cubo.

Pro baſe duc B in Bq, fit Bc pro hypoth. ut regula Hh+Cc præcipit: duc H in Hq+Cq & C in 2HC, habebis Hc+3HCq; tum pro catheto, ut vult regula Hc+Ch, duc Hq+Cq in C & 2HC in H, habebis 3HqC+Cc.

Reliqua ex his facillime intelligntur.

Quando duplus angulus rectum excedit, quid tum ſit vide Authores prædictos, ut & pro primis ſectionibus, in proximo capite, in quibus applicat Author ea quæ hic demonſtrantur ad ſpecies poſterioris tabulæ.

Monitum Interpretis.

Curioſus Lector uberioris ſatisfactionis cauſa conſulat

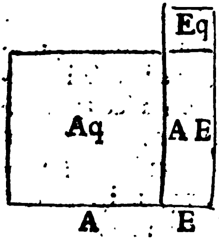
lat *Vieta* Logiſt. prop. 45. &c. de Geneſi triangulorum, ut & alias ejuſdem viri longe celeberrimi partes, propter alias cauſas, ſi noſtra mediocritas ei minus ſatisfecerit; nam Author noſter oculum in *Vietam* adeo intendiſſe videtur, ut nonnunquam in obſcuritatis nimiæ crimen & uſque ad erroris alicujus ſpeciem etiam incurriſſe videatur, ut diximus in cap. 15. ſect. 14. ubi credibile eſt *Oughtredi* per expurgationem idem intellexiſſe quod *Vieta* in lib. de Emend. Æquat. id eſt, liberationem poteſtatis ab adfectionibus, *viz.* ſub gradu ejuſdem & alia magnitudine data, per mutuas expunctiones in ſumma, ut inter operandum juxta regulas multiplicationis expoſitas facile appareat; ſic pag. 80. lin. 12. hujus: +Bq liberatur à BA. BE.

Sed verba ſimpliciter prolata ſine ullo alio apparatu alterius generis expunctionem requirere videantur, ut ibidem diximus, nec dictorum pœnitet.

CAP. XVII.

Alia tabulæ poſterioris in cap. 12. inſpectio, quoad Æquationes.

5. OMnes cujuſque ordinis intermediæ ſpecies ſunt etiam poteſtates mediorum inter A & E proportionalium, ut in ordine quadratico Aq+2AE+Eq, eſt AE medium proportionale inter Aq & Eq, hoc eſt, ut Aq. AE :: AE. Eq; nam operando ſpecioſè per auream regulam, Aq. AE : : AE. $\frac{AqEq}{Aq}$, hoc eſt, Eq.



Aq.AE ∷ A.E ∷ Æ.Eq. per 1.6.el.

Et ſi poteſtates ſint proportionales, etiam & latera erunt per 22. 6. Si erg. Aq. AE ∷ Æ. Eq. etiam ut A. rAE ∷ rÆ. E. Si Ac. 3AqE. 3AEq. Ec ∺ etiam & r A. r.c AqE. r.c AEq. E. ∺ ſunt continue proportionales; nempe A. M. N. E. nam AqE & AEq reputantur pro ſolidis ex tribus dimenſionibus conſtantibus, licet non habeant radices rationales ſed ſurdas, puta M & N. ac ſi AqE conſtaret ex A in M in N. eſt autem AMN=Mc. nam ſi ſit A.M ∷ M.N. erg. Mq=AN. duc utramque partem in M. erit Mc=AMN.

Atque hinc patet inventio quotlibet mediorum proportionalium inter A & E: ut ſi velis quinque medios terminos proportionales, poteſtates indicem habebunt [6] ſive Cc. unitate majorem quam numerus quæſitorum mediorum: eruntque (præfigendo ſignum radicale cubo-cubicum r(rcc) omnibus intermediis ſpeciebus in illo ordine juxta tabulam poſteriorem.)

A. rccAqcE. rcc AqqEq. rcc AcEc. rcc AqEqq. rcc AEqcE. ∺

6. Facile eſt radicis binomiæ datæ A+rE poteſtatem quamlibet (inventis omnibus mediis inter poteſtates nominum extremas) conſtruere: certe facile eſt, ſed non niſi meminerim quomodo radices ſurdæ multi-

plicari debent; nempe ex A in r Æ fit r AqÆ, attollendo A ad r Aq=A, ut ad cap. 15. docuimus; & ex r Æ in r Æ fit Æ; abjiciendo ſignum radicale ex r Æ in Æ fit r Æc, attollendo Æ ad r Æq=Æ.

Ac
Aq
Ita, A / r Æ   2 r AqÆ   3 r AqqÆ / 3 r AqÆq &c. ad modum tabul. poſt.
Æ
r Æc.

11. Mirum eſt quod unciæ ſive numeri ſpeciebus præfixi, in tabula poſteriore, ſunt figuræ numerariæ: ſurgunt ergo ab unitate continue in geometricâ proportione, quandoquidem uncia poteſtatis diagonalis eſt unitas.

		1Ac				
o 1A	1Aq	3AqE	&c.	rad.	quadr.	cub.
1 +	2AE	3AEq		2	4	8
1	1Eq	1Ec			planum ſive triangulare	ſolidum ſive pyramidale

1 2 4 8

CAP. XVIII.

2. Q. 1. $=9$ Q. $\frac{1}{3}$, hoc eſt, Q. 1. $=9$ in Q. $\frac{1}{3}$; nam Quadrat. $\frac{1}{3}$ eſt $\frac{1}{9}$; ſed ex 9 in $\frac{1}{9}$ fit $\frac{9}{9}=1$.

Ita Q. 1. $=\frac{1}{9}$ Q. 3; nam Q. 3 eſt 9, ſed 9 in $\frac{1}{9}$ fit $\frac{9}{9}=1$; atque ita reliqua reſolvuntur, per cap. 10. hujus.

4. Datis igitur ſumma trium ∺ (Aq+Æ+Eq) cum alterutro extremorum dantur duo reliqui termini, nam Qu. $\frac{1}{2}$A+E eſt $=\frac{1}{4}$Aq+Æ+Eq $=$ Aq+Æ+Eq$-\frac{3}{4}$Aq

quia $\frac{1}{4}$Aq $=$ Aq $-\frac{3}{4}$Aq

erg. *r. u.* (Aq+Æ+Eq$-\frac{3}{4}$Aq) $=\frac{1}{2}$A+E minus $\frac{1}{2}$A $=$ E.
& *r. u.* (Aq+Æ+Eq$-\frac{3}{4}$Eq) $=\frac{1}{2}$E+A minus $\frac{1}{2}$E $=$ A,

---

CAP. XIX.

PRobl. VI. hic locus quoſdam ſatis exercuit, ideoque pauca annotare placet. Prima & ſecunda propoſ. per rationem conſtituuntur, reliquæ ex iis, & unæ ex aliis deinceps ſequuntur.

Hæc æquatio (TX—X$=\omega-\alpha$, ſumma differentiarum) per rationem omnibus in loco manifeſtam conſtituitur; divide utramque partem per T—1, oritur

2. prop. $\frac{\omega-\alpha}{T-1}=X$.

Prima propoſitio, Tω+Tα=2Z, etiam per rationem conſtituitur, non omnibus adeo obviam.

Sint

	$\alpha = 0$	adde	$10 = 10$
	2	adde	$8 = 10$
	4	adde	$6 = 10$
	6	adde	$4 = 10$
	8	adde	$2 = 10$
Med. ter.	10	=	10
	12	tolle	$2 = 10$
	14	tolle	$4 = 10$
	16	tolle	$6 = 10$
	18	tolle	$8 = 10$
	$\omega = 20$	tolle	$10 = 10$

Sint 0.2.4.6.&c. arithm. proporti. T numerus terminorum = 11.

Hinc manifeſtum eſt quod ſi 11, numerus terminorum, ducatur in medium terminum 10, fiet ſumma omnium term. = 110; quod ſi idem 11 ducatur in duplum termini medii, *viz.* in 20, fiet numerus ad ſummam terminorum duplus, *viz.* 220: noverit autem unuſquiſque quod in arithm. progreſſione extremi additi faciunt duplum medii $20+0=10+10$; uti in geomet. progreſ. per cathol. theor. factus à medio æquatur facto ab extremis.

Hinc liquet, quod ſi addatur primus terminus α ad ω, ita, $\alpha + \omega$, & ſumma ducatur in numerum terminorum T, per rationem conſtituetur æquatio $T\alpha + T\omega = 2Z$.

Problem. VI. Problematum circa, &c.

IV.

$\frac{\omega q - \alpha q}{X} + \omega + \alpha = 2Z$ per 1. 3. nempe prima pars tertiæ æquationis ſubſtituenda eſt loco T. in prima primæ, &c.

VIII.

$(TX - X + 2\alpha)$ in $T = 2Z$ per 1. 7. prima pars

ſeptimæ

ſeptimæ æquationis ſubſtituenda eſt loco ω in prima primæ.

X.

$\frac{2Z - 2T\alpha}{Tq - T} = X$. per 8. per antitheſin & parabol.

XI.

$r.u.\ \frac{1}{4}Xq + 2ZX + \alpha q - X\alpha$: minus $\frac{1}{2}X = \omega$, per 4, inde

fit $\overset{2}{\omega q} + \overset{1}{X\omega} = \overset{0}{\overbrace{2ZX + \alpha q - X\alpha}}$

erg. per 9. cap. 16. $r.u.\ \frac{1}{4}Xq + 2ZX$, &c.

XII.

Si $B = 2\alpha - X$ erit

$r.u.\ \frac{Bq}{4Xq} + \frac{2Z}{X}$ minus $\frac{B}{2X} = T$. per 8. inde

fit $TqX - TX + 2T\alpha = 2Z$. divide utramq; part. per X

erit $\overset{2}{Tq} + \overset{1}{\overbrace{\frac{T2\alpha - TX}{X}}} = \overset{0}{\frac{2Z}{X}}$ co-efficiens eſt $\frac{2\alpha - X}{X}$

quæritur T minor per poſteriorem partem regulæ ſecundæ in cap. 16. & caſum tertium.

XVII.

$r.u.\ \frac{1}{4}Xq + \omega q + X\omega - 2ZX$ plus $\frac{1}{2}X = \alpha$, per 4. inde

fit $\overset{2}{\alpha q} - \overset{1}{X\alpha} = \overset{0}{\overbrace{\omega q + X\omega - 2ZX}}$.

erg. per 16. cap. $r.u.\ \frac{1}{4}Xq$, &c. quæritur α major & $(\omega q + X\omega - 2ZX)$ eſt rectangulum.

XVIII.

XVIII.

$\frac{2\omega+X}{2X}$ minus *r. u.* $\frac{4\omega q+4X\omega+Xq-2Z4X}{4Xq}$ = T, per 14.

inde fit $\overbrace{\frac{2T\omega+TX}{X}}^{1}-Tq=\frac{2Z}{X}$: pertinet ad poſteriorem partem primæ regulæ; co-efficiens eſt $\frac{2\omega+X}{X}$, cujus quadratum eſt $\frac{4\omega q+4\omega x+Xq}{Xq}$

XIX.

$\frac{2Z}{2T}-\frac{TX}{2}+\frac{X}{2}=\alpha$: per 10. inde fit $\frac{2Z-Tqx+Tx}{2T}=\alpha$. hinc dividendo juxta caput 10. fit $\frac{2Z}{2T}-\frac{Tx}{2}+\frac{X}{2}=\alpha$.

XX.

$\frac{2Z}{T}$, &c. male pingitur $\frac{2Z}{T}$ pro $\frac{2Z}{2T}$, &c. nam per propoſitionem 16 & iſomeriam fit $Tqx-Tx=2T\omega-2Z$ tum per antith. & dividendo fit $\frac{Tqx-Tx+2Z}{2T}=\omega$.

CAP. XX.

De Æquationum adfectarum Reſolutione in Numeris.

QUomodo æquationes adfectæ, quæ æqualiter in tribus ſpeciebus aſcendunt, ope duarum regularum reſolvantur, jam ſupra, cap. 16. oſtendimus; atque ad reſolutionem in numeris arithmeticè, æquationum, etiam inæqualiter (quoad indices ſuos, ut $\overset{4}{Lqq} + \overset{1}{Dcl} = \overset{0}{Fqq}$) ſcandentium, viam ibidem præparavimus; de iiſdem hoc loco fuſius tractaturi ut nemo non Authorem noſtrum intelligat, modo mediocri uſus diligentia, in legendo (ut ſic dicam) æqualiter ſcandat: id autem primo loco monendum, quod *Cardanus* regulam tradidit, qua reſolvantur æquationes cubicæ in tribus ſpeciebus etiam inæqualiter aſcendentibus, ut $\overset{3}{Lc} + \overset{1}{Cql} = \overset{0}{Dc}$, ſive $Ac + BA = D$, per latera cuborum quorundam, quorum contentum cognoſcitur. Regula eſt,

$$rC.+\tfrac{1}{2}D+r\tfrac{1}{4}DD+\tfrac{1}{27}Bc - rC.-\tfrac{1}{2}D+r\tfrac{1}{4}DD+\tfrac{1}{27}Bc = \text{radici}$$

Verum pro harum cubicarum æquationum reſolutione, curioſus Lector conſulat D. *Florim. de Beaune* in D. *Carteſ*. Geom. & Præſtantiſſimi Mathematici *Fr. à Schooten*, Tractatum de Cubicarum æquationum reſolutione eruditiſſimum: tum etiam *Vietam*, Mathematicum monſtroſi ingenii, horum omnium & (ne quid diſſimulem) etiam Authoris noſtri, utut ſubtiliſſimi Magiſtrum,

giſtrum, De emendatione æquationum, &c. quo pacto æquationes ad faciliores alias atque alias formas reducantur atque reformentur.

Præſertim autem legat Magiſtrum De numeroſa poteſtatum reſolutione, cui reſpondet hic Tractatus Authoris, qui *Vietam* in nitidiſſimam formam concinnavit; verum enimvero, dum brevior eſſe laboravit, factus eſt longe obſcurior, adeoque ut vix putem Lectorum viceſimum, Authorem noſtrum ſine adjutore, intellecturum, niſi forte multoties legendo & relegendo, quod quotuſquiſque mortalium tam ferrei ſit pectoris ut ſuſtinuerit: conabor illa (atque illo ordine) proferre quibus uterque Author, tum *Oughtredus* tum ipſe *Vieta*, facilius intelligantur: in hunc finem lege iterum, ſi placet, ea prius quæ annotavimus in ſect. 4. cap. 13.

Tum conſulenda Tabula æquationum adfectarum, quam affabre fabricavit Author ex poſteriori tabula, ut quivis ex utriuſque collatione facile poteſt percipere; illa, diſtinctionis cauſa, tabula gnomonica appelletur.

$$\begin{array}{l|l|ll} Lq = & Aq. & 2AE. & Eq \\ Bl = & BA. & BE. & \end{array} \Big\} = Cq$$

Eſto hic primus ordo quadraticarum adfectarum æquationum, & L eſto radix binomia $= A + E$, cujus A eſt latus ſingulare primum, E eſt latus ſingulare ſecundum: ex hoc autem ordine unum ſolummodo æquationum genus, quod ad ſpecies ipſas attinet, exſurget, nempe, $Aq + 2AE + Eq + BA + BE = Cq$: ſive, $Lq + Bl = Cq$: in hac æquatione L eſt radix inveſtiganda, B numerus coefficiens datus, Cq eſt numerus datus, qui venit ſub nomine poteſtatis reſolvendæ juxta

artis

artis leges & methodum, ita ut radix L = A + E inveniatur: puta æquationem, cujus in ſect. 4. 13. cap. geneſis proponitur, Lq + Bl = Cq, ſive Lq + 3l = 3420, 3420 eſt poteſtas adfecta reſolvenda, ita ut inveniatur L = 57; ſic autem ad hujus æquationis reſolutionem te accinges problematicè proponendo, E dato in numeris (Lq) quadrato adfecto adjunctione plani ſub latere (L) & data co-efficiente longitudine (3) *viz.* Lq + 3L = 3420, latus analyticè educere. Ad lateris eductionem ſciendum quod hæ duæ ſpecies, Aq BA, in media columna, ſunt diagonales pro latere primo = A, tres reliquæ (2Æ. Eq. BE.) complent gnomonem pro lateribus ſequentibus ſingularibus.

Quo melius purarum poteſtatum reſolutionem, juxta caput 14. intellexeris, eo minus in adfectarum analyſi laborabis, ſiquidem valde ſimili modo proceditur; ſunt tamen non leves differentiæ, quarum tres hoc loco notabimus.

1. Ibi punctabas poteſtatem reſolvendam uno tantum modo, nempe pro ſuo genere, punctis binis, pro quadrato, (ternis, pro cubo, &c.) ut deſuper, ita, $\dot{3}4\dot{2}0$. Hic autem poteſtatem etiam punctabis infra, pro co-efficientium genere, *ſcil.* punctis lateralibus, ſi co-efficiens ducatur in longitudinem; (quadraticis, ſi in planum; cubicis, ſi in ſolidum, &c.) ut in præſenti exemplo, ita, $\dot{3}4\dot{2}0$ (with points also below: $\underset{\cdot}{3}4\underset{\cdot}{2}\underset{\cdot}{0}$)

Et in punctando hæc eſto regula perpetua, *viz.* quot fuerint puncta ſuperiora tot ſint & inferiora; & ſub ultimo puncto verſus ſiniſtram ſtabit co-efficiens,

ut ˙ ˙ punčta quadratica.
3420
˙: punčta duo etiam lateralia.
3 co-efficiens in proprio loco.

2. Ibi tollis è poteſtate reſolvenda, lateris primi ſolam diagonalem poteſtatem, ut (in quadraticis) Aq; hic autem & altera ſpecies diagonalis BA tollenda (vel omnes ſpecies diagonales tollendæ ſi plures ſint,) ita,

˙ ˙ punčt. quadr.
radix 57) 3420
˙: punčta lateralia.
radix quad. primi punčti 34 = 5 = A 3 co-efficiens in proprio loco.

25 Aq } ſpecies diagon.
15 BA }

265 ſumma ablatitia è poteſt. reſolvend.

770 reſiduum poteſt. reſolvend.

3. Ibi legitimè conflabas diviſorem ex latere A invento: hic etiam co-efficiens in numerum diviſorum adſcribatur, co-efficiens autem in ſingulis operationibus movebitur uno punčto propius verſus dextram, ita,

pro

pro E.

divide 770 per 103, & perfice gnomonem, ut tabula requirit	770	reſiduum poteſt. reſolv.	
	3	co-efficiens motus	divisores.
	10	2A	
	103	ſumma diviſorum.	
E = 7 radicis lateri ſecundo	70	2AE	gnomon.
	49	Eq	
	21	BE	
	770	ſumma tollenda è reſiduo poteſtatis reſolvendæ, & reſtat 0.	

Lc =	Ac.	3AqE. 3AEq. Ec	= Dc. num. reſolvendo dato.
Blq =	BAq.	B2AE. BEq	
Cql =	CqA.	CqE	

Eſto hic ordo ſecundus & cubicarum æquationum, quarum tria genera; nam Lc + Blq = Dc.
vel Lc + Cql = Dc.
vel Lc + Blq + Cql = Dc.

Exempli cauſa, proponatur problematicè cubus adfectus reſolvendus, ita, ex dato in numeris cubo (Dc) adfecto adjunctione duorum ſolidorum, uno ex co-efficiente longitudine (B = 2) ducta in quadratum lateris (Lq) altero ex co-efficiente plano (Cq = 3) ducto in latus (L) latus analyticè educere:

Eſto

Eſto Lc + 2Lq + 3L = 191862.

. . duo puncta cubica.

Poteſtas reſolvenda 191862 (57 radix.

. . duo puncta lateralia, pro Cq, quia ducitur in latus.

. . duo puncta quadratica, pro B, quia ducitur in lateris quadratum.

A latus primum = 5 invenitur extrahend. rad. cub. ex primo puncto = 191.

2 = B }
3 = cq } co-efficientes in ſuis locis.

---

125 Ac }
50 BAq } ſpecies diagonales.
15 CqA }

13015 ſumma ablatitia è poteſt. reſolv.

61712 reſiduum poteſt. reſolv.

---

75 3Aq }
15 3A }
20 B2A } diviſores legitime conflati juxta tabulam, ex latere A = 5 invento, & co-efficientibus datis.
2 B }
3 Cq }

7855 ſumma diviſorum per quam dividatur reſid. pot. reſolvenda = 61712, oritur 7 = E, qui ſcribatur in quotiento pro latere ſecundo.

---

525 3AqE }
735 3AEq }
343 Ec } gnomon auferend. è reſid. pot. reſolv. unde reſtat nihil, & operatio perficitur invento L = 57.
140 B2AE }
98 BEq }
21 CqE }

61712 ſumma = reſid. poteſt. reſolv.

Lqq =	Aqq.	4AcE.6AqEq.4AEc.Eqq	= Fqq
Blc =	BAc.	B3AqE.B3AEq.BEc	
Cqlq =	CqAq.	Cq2AE. CqEq	
Dcl =	DcA.	DcE .	

Tertius hic ordo eſt æquationum quadrato-quadraticarum, quarum ſeptem ſunt genera; & quoniam ſpecies omnes (omiſſis unciis) in hoc, ut & in aliis ordinibus, æquales habere debent dimenſiones, ut antea fuſe eſt expoſitum in c. 16. ideo co-efficientes numeri (qui hic & ubique conſonantibus exprimuntur) attolluntur ad gradum, qui in hunc finem requiritur.

Non enim dico, Lqq+Bqlc+Clq+Dl=F.

Sed ita, Lqq+Blc+Cqlq+Dcl=Fqq.

Ideoque & videbis omnes ſpecies in tabula his reſpondentes conſtare ex quatuor dimenſ. tum diagonales Aqq, BAc, &c. tum gnomonicas 4AcE, 6AqEq, &c.

Quamvis igitur inter operandum forte pervenires ad talem æquationem, Lqq+Bqlc+Clq+Dl=F; debes tamen concipere Bq (in Bqlc) eſſe tantum longitudinem, & D (in Dl) eſſe ſolidum, & F, numerum è regione datum, eſſe quadrato-quadratum.

Quod ſi inter operandum forte pervenires (comparando magnitudines tum quæſitas tum datas) ad talem æquationem, Aqq+BAc+CAq+DA=F; dico hanc æquationem eſſe quadrato-quadraticam, & huic reſpondere Lqq+Blc+Cqlq+Dcl=Fqq; adeoque & concipere debes ipſam ſpeciem A (ipſam, inquam, A) conſtare ex duobus nominibus, nempe A+E, quamobrem cofuſionis vel obſcuritatis vitandæ cauſa, radicem inveſtigandam in hoc capite per (L) exprimi curavimus.

Denique

Denique ſi æquatio nullas habeter co-efficientes, ut,

Lqq+Lc+Lq+L=Fqq;

debet in hoc caſu, unitas ubique ſubintelligi loco co-efficientis, ac ſi ſcriptum eſſet, Lqq+1 Lc+1 Lq+1 L=Fqq. & 1 in (Lc) eſſet longit. =B, 1 in (Lq) planum =Cq. 1 in (L) ſolidum =Dc; ideoque reſponderet huic formæ, Lqq+Blc+Cqlq+Dcl=Fqq:

Sub hoc ordine, exempli cauſa, proponatur reſolvenda poteſtas quadrato-quadratica adfecta adjunctione planoplani ſub lateris cubo & data co-efficiente longitudine B=10.

Nempe conſtabit ex duabus primis ſeriebus in hoc ordine, Lqq+Blc=Fqq,

ſive, Lqq+10Lc=470016, poteſtas quad-quadr. adfecta.

. . puncta quadrato-quadratica.

Poteſtas reſolvenda, 470016 (24. radix inveſtiganda.

. . puncta cubica pro co-efficiente longitudine ſubcubica B = 10.

Caute locabis co-efficientem quia dirigit modum locandi ſpecies in quas ducitur, ut poſtea planius intelliges. Et pro A exſcribe radicem quad-quadr. è primo puncto, nempe 47=2

10 co-efficiens in ſuo loco.

16 Aqq } plano-plana diagonalia auferenda è poteſt. reſolv.
80 BAc }

240 ſumma ablatitia

230016 reſid. poteſt. reſolvenda.

32	4Ac	diviſores.
24	6Aq	
8	4A	
120	B3Aq	
60	B3A	
10	B	

47090 ſumma diviſorum per quam divide reſid. poteſt. reſolv. = 230016

Dividendo invenitur minus latus = E per quod mox gnomon perficiendus juxta tabulam, ut vides.

128	4AcE	oritur 4 = E.
384	6AqEq	
512	4AEc	gnomon. auferend. è poteſt. reſolv. unde reſt. 0
256	Eqq	
480	B3AqE	
960	B3AEq	
640	BEc	

230016 ſumma plano-planorum auferenda, æqualis reſiduo poteſtatis reſolvendæ.

Quintus ordo eſt quadrato-cubicarum æquationum.

Lqc =	Aqc	5AqqE. 10AcEq. 10AqEc. 5AEqq. Eqc
Blqq =	BAqq	B4AcE. B6AqEq. B4AEc. BEqq.
Cqlc =	CqAc	Cq3AqE. Cq3AEq. CqEc.
Dclq =	DcAq	Dc2AE. DcEq.
Fqql =	FqqA	FqqE.

In hoc ordine poteſt æquatio conſtare ex 5 ſpeciebus, nempe, Lqc + Blqq + Cqlc + Dclq + Fqql = Gqc; quibus quinque ſpeciebus reſpondent in tabula 20 ſpecies, *ſcil.* Aqc, 5AqqE, 10AcEq, &c. nam quoniam radix

(L) inveſtiganda concipitur conſtare ex duobus nominibus A + E; ergo juxta tabulam poſteriorem Lqc, Lqc erit = Aqc + 5 AqqE + 10 AcEq + 10 Aq Ec + 5AEqq + Eqc: & ſimiliter in parodicis gradibus ad altiſſimam poteſtatem (Lqc) intelligendum, nempe, in Lqq, Lc, Lq.

Poteſt etiam æquatio quadrato-cubica conſtare ex quatuor ſpeciebus, ita, Lqc + Blqq + Cqlc + Dclq = Gqc.

vel tribus, ita, Lqc + Blqq + Cqlc = Gqc.

vel tantum ex duabus, ita, { Lqc + Blqq = Gqc. / Lqc + Cqlc = Gqc.

&c.

Ita ut æquationes quadrato-cubicæ 15 Variis modis exhiberi poſſint; atque ad hunc ordinem pertinet exemplum *Oughtredi*; ad cujus pleniorem intelligentiam præmittemus alterius exempli tum geneſin tum analyſin, *ſcil.* Lqc + Lqq + Lc + Lq + L = Gqc, ſine co-efficientibus aliis præter unitates, quæ ſubintelligi debent, ac ſi ſcript. eſſet Lqc + Blqq + Cqlc + Dclq + Fqql = Gqc.

ſive, Lqc + 1Lqq + 1Lc + 1Lq + 1L = 5399042.

B = 1 Cq = 1 Dc = 1 Fqq = 1.

Eſto geneſis quadrato-cubi adfecti adjunctione quatuor plano-ſolidorum, *ſcil.* 1Lqq + 1Lc 1Lq + 1L.

ex radice binomia, A = 2 & E = 2.

revera ex A = 20 & E = 2.

Punctabis autem radicem pro quatuor complementorum ſpeciebus, ita, 2 . . . . 2, interponendis inter quadrato-cubos diagonales, Aqc & Eqc, diligenter obſervando ſedes tum diagonalium poteſtatum lateris primi, tum gnomonicarum, ut in exemplo.

Quod

Quod etenim ad locationes poteſtatum, citius eas diſces ab exemplorum quam verborum multitudine.

Pro geneſi)	2 2	
32	Aqc	diagonales poteſtates lateris primi.
16	BAqq	
8	CqAc	
4	DcAq	
2	FqqA	
336842	ſumma diagonalium.	
160	5AqqE	quadratocubicus (gnomon.)
320	10AcEq	
320	10AqEc	
160	5AEqq	
32	Eqc	
64	B4AcE	quadr. quadraticus (gnomon.)
96	B6AqEq	
64	B4AEc	
16	BEqq	
24	Cq3AqE	cubicus (gnomon.)
24	Cq3AEq	
8	CqEc	
8	Dc2AE	quadraticus (gnomon.)
4	DcEq	
2	FqqE	lateralis (gnomon.)
2030622	ſumma gnomonica quæ addenda ſummæ diagonalium.	

5399042 ſumma totalis = poteſt. adfectæ, qc.

. . puncta ſuperiora.

Poteſtas reſolvenda. Pro analyſi) 5399042 (22: radix.

puncta bina & bina, &c. inferiora.

A = 2.	32	Aqc	plano-ſolida diagon. ablatitia.
	16	BAqq	
	8	CqAc	
	4	DcAq	
	2	FqqA	

336842 ſumma auferenda.

2030622 reſiduum poteſt. reſolv.

E = 2.	160	5AqqE	plano-ſolida gnomonica ablatitia.
	320	10AcEq	
	320	10AqEc	
	160	5AEqq	
	32	Eqc	
	64	B4AcE	
	96	B6AqEq	
	64	B4AEc	
	16	BEqq	
	24	Cq3AqE	
	24	Cq3AEq	
	8	CqEc	
	8	Dc2AE	
	4	DcEq	
	2	FqqE	

2030622 ſumma plano-ſolid. auferend, & = reſiduo poteſt. reſolv.

 Diviſo-

Diviſores ſeorſim poſiti.

Quatuordecim particulares diviſores juxta tabulam.

80	5Aqq
80	10Ac
40	10Aq
10	5A
32	B4Ac
24	B6Aq
8	B4A
1	B
12	Cq3Aq
6	Cq3A
1	Cq
4	Dc2A
1	Dc
1	Fqq
919884	ſumma diviſorum per quam divide reſiduum poteſtatis reſolvendæ

A = 2030622, oritur 2.

Si punctum aliquod (in poteſtate reſolvenda) quadrato-cubicum ſupereſſet duo latera elicita fungerentur vice unius, pro eductione lateris tertii ut ſecundi, quemadmodum fit in puris, atque patet ex geneſi quadrato-cubi, in cap. 16.

Hactenus A fuit tantum = 2; ſed in proxima operatione, ſi opus eſſet, A eſſet = 22: & proximum reliquum dividendum eſſet per diviſorem ex A = 22, juxta tabulam legitime conflatum pro E latere ſingulari tertio.

Viſus

Viſus eſt tibi forſan Author noſter ſatis ſuperque obſcurus, jam vero proculdubio in gratiam redibit.

In geneſi quadrato-cubi adfecti vides me latus (22) in duo nomina diviſiſſe, nempe, A = 20 & E = 2; mox, pro ratione tabulæ, primum poſui ex latere primo ſingulari poteſtates omnes diagonales in ſuis quaſque ſedibus, *ſcil.* Aqc, Aqq, Ac, Aq, A.

Et pariter in ſuis locis ſingularum harum poteſtatum correſpondentia complementa, ut, 5AqqE, &c.

Et quamvis hæc æquatio, Lqc + Lqq + Lc + Lq + L = 5399042 nullos numeros co-efficientes habere videatur; appoſuimus tamen co-efficientes B, Cq, Dc, Fqq, ſingulis ſubintelligendo unitates: dein in analyſi, ex primo puncto 53 eduximus radicem quadrato-cubicam 2 = A, ex qua inventa confecimus poteſtates diagonales auferendas è poteſtate reſolvenda, quod & fecimus, reſtabat 2030622, quo diviſo per 919884, diviſorem juxta tabulam legitimè conflatum, oriebatur 2 = E lateri ſecundo, per quod demum gnomonem perfecimus, perfectumque ex reſiduo ſubtraximus.

His noſtris addit exemplum *Oughtredi* hæc tria:

1. Co-efficientes in majoribus numeris, ut, B = 3, Cq = 16, Dc = 125 & Fqq = 1296, qui ſi non fuiſſent figurati, quomodo tamen pro ſuo quiſque genere reputandus jam ſatis diximus.

2. Unciis auget co-efficientes, ut æquatio obtineat formam ordinis quadrato-cubici in tabula poſteriore, ita, Lqc — 5Blqq + 10Cqlc — 10 Dclq + 5Fqql = Gqc; adeo ut tandem co-efficientes ſint 15, 160, 1250, 6480; ideoque, omiſſis unciis, per B intelligit 15, per Cq 160, per Dc 1250, & per Fqq 6480; ac ſi dixiſſet,

ſet, ſumatur, ut lubet, B = 15, Cq = 160, &c.

3. Habet etiam & id, exemplum *Oughtredi*, quod ſpecies ſunt alternatim negatæ, ut Lqc—Blqq, &c. ideoque ſignorum magna habenda ratio tum in geneſi tum in analyſi; & in analyſi ubique diligenter obſerventur ſigna, tum pro diagonalibus inter ſe vel à ſe invicem addendis vel ſubtrahendis; tum etiam in diviſoribus conſtituendis, & tandem in gnomone perficiendo; quod me monuiſſe memento, nè aqua hæſerit.

Ubi ad primi exempli reſolutionem veneris in eo primum videbis poteſtatem reſolvendam punctatam, tum ſupra, pro ratione quadrato-cubica; tum infra, prout co-efficientes ſubgraduales (pro graduum in quos ducuntur ratione) poſtulant, ita,

1703	04782		
1	5	—B	co-efficientes ſuis ſedibus locatæ.
1	250	—Dc	
1	60	+Cq	
	6480	+Fqq	
	&c.		

Quod

Quod ſi habueris exemplum cum pluribus punctis quadrato-cubicis, ita infra punctandum,

. . . . . quatuor puncta qc.
46263567123456678

: . . . quatuor puncta qq.
. . . .. quatuor puncta cubica.
. . . . quatuor puncta qu.
. . . . quatuor lateralia.

15 —B co-efficientes in ſuis
1250 —Dc locis.
160 +Cq
6480 +Fqq

Nam ſi geneſin obſervaveris, hæc ſunt ipſiſſima loca in quæ affectiones ſubgraduales aggregati (ut ſic dicam) reſolvendi intruſæ fuerunt, (ut mox oſtendemus.) Poteſtates diagonales & reliquæ quæ ſequuntur ſpecies, pro gradus ſui ratione, ſimilem locandi ordinem obſervant; nempe in ſingulis reſervata ſibi ſenioritate ſua.

Jam ſupervacaneum eſt, & vereor nè nimius ſim, ſi te monuerim, 7249920| ablatit. auferendum eſſe è poteſtate reſolvenda, unde reſtat 978|05582, Reſiduum poteſtatis reſolvendæ, quod per Reſ. ſignificatur, omiſſis reliquis punctis præter hæc prima in ſecunda operatione. Eſtque hoc reſiduum dividendum per diviſorem 10162375, qui conflatur ex octo particularibus diviſoribus affirmativis, 5Aqq, &c. & ſex negativis, —B4Ac, &c. pro latere ſecundo, E=7, eruendo; tum perficitur gnomon ex ſpeciebus affirmativis & negativis, pro 978|05582, ablatit. hoc eſt, numero aufe-

rendo ex reſiduo poteſtatis reſolvendæ, unde reſtat o, & analyſis abſolvitur.

Si nimius fuerim, neſcio quo me abreptum Authoris brevitas in contrarium vitium impulerit.

Promiſſorum memor:

eſto radix	=22=L=A+E.
ejus quadratum	=484=Lq=Aq+2Æ+Eq.
cubus	=10648=Lc=Ac+3AqE, &c.
quadrato-quad.	=234256=Lqq=Aqq+4AcE, &c.
purꝰ quadr-cub.	=5153632=Lqc=Aqc, &c.
ex his omnibus aditis fiat quadrato-cub. adfec.	5399042

Dicas, Quomodo ego jam extraham latus hujus quadrato-cubi adfecti (L) =22; quandoquidem ipſum latus 22, una cum aliis poteſtatibus, confuſim in unam ſummam aggregantur, unde omnes quaſi penitus obliterantur?

Reſpondeo, Non tantam eſſe confuſionem quin cogitare poſſis unamquamque poteſtatem in loco ſuo proprio ſub iſta ſumma latêre; ideoque ſi conceperis (22) eſſe radicem binomiam ex A+E, = 20 + 2, facile per geneſin, juxta ſpecies (ex tabula poſteriore) numeris hic appoſitas, loca omnia eorumque rationem noveris, & quo pacto ex retrograda, quæ omnino cernitur compoſitionis via, facienda ſit analyſis.

Hactenus ubique Lectori inſantulo præmanſum cibum obtuli; nempe adfirmativarum æquationum facillimas ſelegi, atque iſtiuſmodi, quæ planiſſimè ad exemplum Authoris viam ſternerent; neque tamen adulti prorſus contemnant methodum qua uſi ſumus vel ob memoriæ

modiæ uſum vel ſaltem rei ipſius ſummam dignitatem; quandoquidem ſi tales æquationes plures habuerint adfectiones in ſuperioribus ordinibus, hac planiſſima methodo, certiſſimè & infallibiliter, ſine hæſitantia, (juxta leges præſcriptas, operante arithmetico) reſolvantur; ut, Lcc + Lqc + Lqq + Lc + Lq + L = 123, &c.

Imo ſi ſpecies ad terræ centrum pervenerint, inde *Methuſalah* aliquis radicem extraxerit.

Nempe quando co-efficientes ſunt vel unitates vel in minoribus numeris, vel ſaltem in non magnis, ut in exemplo Authoris: His præmiſſis, (ut oportuit) jam ad alia tranſeamus; namque (fatebor enim) ſunt æquationes ut non omnes unius ordinis, ita neque ejuſdem facilitatis, quin earum quædam tam denſis ſub involucris reconditæ, tantum analyſtæ negotium faceſſant, tantamque lubricitatem (periculi ſane plenam) admittant, ut ars ipſa ad conjecturam declinare quibuſdam videatur, ad hujuſmodi etiam æquationes jam accedamus.

Quædam æquationes mixtim negantur & affirmantur, in quibuſdam co-efficientes ſunt valde magni, in aliis ad æquilibrium vergunt, in quibuſdam denique ſuprema poteſtas eſt negativa, ut, Blq — Lqc = 123, &c. Et in reſolvendo (ad latus primum inveniendum) tribus modis proceditur; 1. extrahendo radicem; 2. dividendo; 3. per reductionem analyticam: Hactenus primo modo ſolum uſi ſumus negligendo co-efficientes in extractione ſingularis lateris primi, juxta primam regularum ſequentium quas Author tradidit in ſect. 18: pag. 117. ‘Latus ſingulare primum elicitur ex his Re‘gulis, deſumptis ex duobus conſectariis in Sect. 6. ‘& 8.

‘Prima,

'Prima, Si co-efficiens ita longe in poſteriora decedit ut vix ad primum poteſtatis reſolvendæ punctum pertingat; nec (analyticè etiam reductus) enormem in illo mutationem faciat: in extractione lateris ſingularis primi, negligi omnino poterit.

'Secunda, Si co-efficiens in anteriora prorumpit, ſitque affirmativus; devolendus eſt in puncta conſequentia, donec locus diviſioni fiat: per quam diviſionem quotus inventus ad gradum affectionis referretur: quod etiam in extractione minoris radicis æquationibus ambiguæ intelligi debet.

'Tertia, Si vero negativus ſit, & pluribus conſtet punctis quam poteſtas reſolvenda; ſuppleantur loci deficientes circulis præfixis: & pro latere primo ſingulari, ſumatur ipſa co-efficientis, pro ſuo genere, radix.

'Quarta, Si utrobique puncta ſint æqualia, & numeri in primo tum co-efficientis, tum poteſtatis reſolvendæ, puncto, non multum diſcrepent: Co-efficiens per radicem ſuam, pro ſpecie qua punctatur, ſub congruente puncto extractam, ad poteſtatis ſpeciem (per analyticam multiplicationem) reductus, poteſtati reſolvendæ addatur, ſi ſit negativus; vel auferatur, ſi affirmativus. Nam ſi ſit Ac $\pm$ CqA$=$Dc, erit Ac$=$Dc $\mp$ CqA. At ſi æquationis ambiguæ latus majus quæratur, poteſtas reſolvenda è co-efficiente reducto auferatur. Nam ſi ſit CqA$-$Ac$=$Dc, erit Ac$=$CqA$-$Dc, tum ſummæ vel differentiæ radix, erit latus primum eliciendum. Et nota, quod æquationis ambiguæ latus majus, aliquando per diviſionem, aliquando per extractionem radicis è co-efficiente; ſed plerumque, per reductionem co-efficientis inveſtigatur.

In

In exemplis hactenus à nobis propoſitis, co-efficientes fuerunt parvi; ideoque per extractionem radicis, è primo puncto poteſtatis reſolvendæ, pro ſuo genere, (neglectis co-efficientibus) incepimus; verum ſi co-efficientes (adfirmativo ſigno donati) fuerint magni, adeoque ut in anteriora proruperint, nempe, ſi prima figura co-efficientis, in ſuo loco poſiti, extenderit ultra primam figuram poteſtatis reſolvendæ, *ſcil.* ita,

Lc + 23456 L = 46920.

. . duo puncta cubica.

poteſtas reſolv. 46920

.. duo puncta lateralia.

23456 co-efficiens in ſuo loco & in anteriora prorumpens.

Certe in hoc & ſimilibus caſibus non incipiendum per eductionem lateris cubici è primo puncto poteſtatis reſolvendæ, *ſcil.* 46; ſed alia via tenenda juxta regulam Authoris ſecundam, & per modum ſecundum à nobis propoſitum, id eſt, dividendo poteſtatem reſolvendam per co-efficientem, cui diviſioni, donec locus fiat, devolvendus eſt co-efficiens in puncta conſequentia, & eſto regula perpetua, Quot punctis retrocedet co-efficiens, tot puncta ſuperiora delebuntur.

Exemplum ita ſtabit,

poteſt. reſ. 46920 (2.

23456 co-efficiens devolutus p quem dividenda eſt poteſtas reſolvenda, oritur 2.

Sit

Sit hujus generis alia æquatio,

234234234 L + Lc = 5153163796.

. . . . quatuor puncta cubica.

poteſt. reſolv. 5153163796

. . . . quatuor puncta lateralia.

234234234 co-effic. in ſuo loco & in anteriora prorumpens.

Poteſtas reſolvenda. 5153163796 (22.

Cq = 234234234 co-efficiens devolutus punctis ſupra & infra pariter delectis.

Species diagonales ablatit. { 8 Ac jam locus eſt diviſioni, & oritur 2 = A.
468468468 CqA.

Summa ablat. 468469268

Reſid. poteſt. 468471116

12 3Aq }
6 3A } diviſores.
234234234 Cq }

234235494 ſumma diviſorum per quam divide reſiduum per E.

24 3AqE }
24 3AEq } ſolida gnomonica ablatitia.
8 Ec }
468468468 CqE }

468471116 ſumma = reſiduo poteſt. reſolv.

Ratio

Ratio operationis eſt, quia cubus (Lc) in hoc caſu potius adficit quam adficitur; ideoque à nobis ultimo (in æquatione) loco poſitus: quandoquidem cubus (Lc) = 10648 eſt longe minor ſolido ex radice & co-efficiente; ideoque hoc poteſtatem adfectam principalius dividet; & quandoque magnitudo co-efficiens tanto major eſt poteſtate ut hæc ab illa penitus abſorbeatur, ut 2000000 A + Aq = 4000004. Eſto A = 2, certe Aq valet tantum 4, at 2000000 A valet 4000000, quem ſi dividas per 2000000 neceſſario orietur 2 = A; neque plus orietur ſi ad 4000000 addideris 4 = Aq, unde erit 4000004 dividendus: nam quoniam quadratum Aq = 4 eſt longe minus co-efficiente, fieri non poteſt ex ejus additione, (ſi dividas per co-efficientem,) fieri (inquam) non poteſt ut plus habeas pro quotiente quam 2, niſi addas ſaltem 2000000 ad 4000000, & tum haberes 3 pro quotiente.

Sed aliud, & id quidem majoris momenti, ex hac regula Authoris ſecunda monendum, nimirum quod quotus ad adfectionis gradum referendus; per gradum adfectionis intelligit gradum magnitudinis quæſitæ (A, Aq, Lq, Lc, &c.) in quam co-efficiens ducitur; nam hæc eſt homogeneorum lex, ut ſi exem. gr. ſolidum ex tribus conſtans dimenſionibus dividas per planum, orietur longitudo; ſi per longitudinem, orietur planum: atque hoc eſt analyticè dividere: deſumpſit hoc monitum Author ex conſectario ſecundo, ſectione 8. pag. 141.

'Secundum eſt, Si poteſtas reſolvenda per co-effi-
'cientem dividatur, quotus ad ipſum affectionis gra-
'dum referretur; hoc eſt, quotus erit latus, ſi affectio
'ſit ſub latere; vel quadratum, ſi ſub quadrato; & ſic
'de

'de reliquis gradibus: Ut in priore æquatione, ſi
'170304782 dividatur per 15, quotus erit quadrato-
'quadraticus; ſi per 160, quotus erit cubicus; ſi per
'1250, quotus erit quadraticus; ſi denique per 6480,
'quotus erit lateralis. Quare non ſemper ipſe quotus,
'ſed ipſius plerumque radix pro affectionis gradu, erit
'latus ſingulare eliciendum.

Eſto, 10000 Lq + Lc = 5773824.

5773824 poteſt. reſolv.

10000 co-efficiens in ſuo loco ante devolutionem.

Punctandum eſſet ità; ſed, ut ſit locus diviſioni, fiat devolutio, ita,

poteſt. 5773824 (24 radix
co-effic. devolutus 10000.

Tum divide 5 per 1, oritur 5, ſed non ſcribes 5 in quotiente pro latere primo A, ſed ejus latus quadratum 2, ut propria tua ratio dictare poteſt; quia ſi 10000 Lq dividatur per 10000, neceſſario oritur Lq.

Et cubus additus, *ſcil.* Lc, quoniam eſt ſolidò minor, hunc operandi modum nihil perturbat.

Idem in altioribus poteſtatibus non difficulter oſtenderem, niſi res eſſet nimis plana ex hoc exemplo.

Tertia regula ſpectat ad æquationes in quibus co-efficientes negativi ſunt adeo magni, ut vel in anteriora prorumpant, vel ſaltem pluribus punctis conſtent quam poteſtas reſolvenda, ut mox explicabimus; monendum autem prius, quod ſi co-efficientes negativi ſint minores, per primam regulam æquationes ejuſmodi re-

ſolvendæ,

ſolvendæ, extrahendo radicem è primo puncto:
ut, Lc — Cql = Dc, ſive Lc — 4L = 10560.

. . . puncta cubica.

Poteſtas reſolvendæ. 10560 (22 radix.

.. tot puncta lateralia quot cubica.

Radix = 22. Extrahe rad. cub, è primo puncto 10, pro A = 2.

4 co-efficiens in ſuo loco.

8 Ac
-8 —CqA } ſpecies diagonal. & —CqA tollend. ex Ac, ac ſi cyphræ adſcriptæ fuiſſent ita, 8000 Ac
-80 —CqA.

Differ. ablat. è pot. reſolv. 792

Reſid. poteſt. reſolv. 2640

12 3Aq
6 3A } diviſores affirmativi.

Summa. 126

-4 —Cq, diviſor neg. tollend. ex affir.

1256 differ. diviſorum, per quam divide reſid. poteſt. reſolv. oritur 2.

24 3AqE
24 3AEq
8 Ec } complementa gnomonica adfirmativa.

2648 ſumma compl. adfirm.

8 —CqE, compl. negat. auferend. ex affirmativis.

Differ. ablatit, 2640 — reſiduo poteſt. reſolvendæ.

Hujuſmodi

Hujuſmodi æquationes ſunt planæ & faciles, ſi caute ſignorum cura habeatur; & ratio eſt, quia cum co-efficientes ſint minores, parum minuunt poteſtates ſupremas; ideoque in operando accedunt ad reſolutionem poteſtatum purarum.

Nam in exemplo Lc = 10648, cujus primi puncti latus cubicum pro latere primo eſt 2; idem, haud minus habeatur, ſi prius tollatur CqL = 88, reſtat enim 10560, cujus primi puncti latus cubicum eſt etiam 2.

Difficultas autem in co-efficientibus negativis, cujus cauſa regula tertia eſt inſtituta, eſt, quando co-efficiens negatur de poteſtate ita ut in anteriora prorumpat, vel adeo magnus eſt, ut pluribus gaudeat punctis co-efficiens pro ſuo genere, quam poteſtas reſolvenda pro ſuo.

Enimvero non ſolum poteſtas reſolvenda punctanda eſt tum ſupra tum infra, quum ad operandum perventum, ſed prius ſeorſim in æquatione, punctandi ſunt etiam & ipſi co-efficientes infra, ita, Lq — 240 L = 484, quemadmodum in ſectione 11. hujus videtis, & ubique in exemplis Authoris, nempe, pro ſua quiſque ſpecie, ut co-efficiens longitudo ita, 15, *ſcil.* lateralibus punctis; planum ita, 160, quadraticis; ſolidum ita, 1250, cubicis; plano-planum ita, 06480, quadrato-quadraticis punctis.

Nimirum ut inde innoteſcat quot ſint ſingulæ figuræ, vel quot binæ, vel quot ternæ, in co-efficiente, reſpondentes totidem correſpondentibus punctis in poteſtate reſolvenda pro ſuo genere; & viciſſim, in hunc finem, ut ſi plura ſint puncta in co-efficiente quam in poteſtate, inde ſtatuatur majoris ex parte co-efficientis, ut in exemplo, Lq — 240 L = 484, quoniam duo ſunt tantum quadratica puncta in 484 poteſt. reſolvenda, & tria

lateralia

lateralia in co-efficiente 240 : hinc concludatur planum adficiens 240 L, majus eſſe poteſtate reſolvenda 484.

Ideo in hoc caſu poteſtatem reſolvendam reſolutioni præparabis, circulorum numeralium tam multitudinem præponendo mutilæ poteſtati, ut illa tot puncta habuerit pro ſuo genere quot co-efficiens habet pro ſuo; nempe, in exemplo, præpones mutilo quadrato 484, quod idcirco à magiſtro (artis inventore) acephalum vocatur, (quaſi capite truncatum) præpones, inquam, tot cyphras ut illud tot puncta quadratica ſibi præfigenda vendicet quot ſimplices figuras (id eſt, quot puncta lateralia) habet co-efficiens longitudo; ita,

• • • tria puncta quadratica,
00484
• • • totidem lateralia,
240 co-effic. in ſuo loco.

Pro reſolutione autem poteſtatis regula eſt.

Pro latere primo ſingulari, ſumatur ipſa co-efficientis pro ſuo genere radix.

In præſenti exemplo quadratico, quoniam co-efficiens eſt longitudo, accipe non radicem, (neque enim radix è longitudine expectanda), ſed primam figuram in 240, nempe, 2.

In ordine alio, ut cubico, ubi co-efficiens ſit planum, accipe primi puncti latus quadratum pro primo latere.

In ordine quadrato-quadratico, ubi co-efficiens ſit ſolidum, accipe latus cubicum, & in cæteris ſimiliter agendum.

Diximus jam ante proceſſum in primo latere eruendo tribus modis operando ſuſcipiendum, *ſcil.* extrahendo, dividendo, & reducendo; hic autem apparet primum

 modum

modum ſubdiviſionem pati, vel enim extrahis radicem è poteſtate reſolvenda, juxta primam regulam; vel è co-efficiente, juxtà hanc tertiam.

Exempl. eſto, Lc—Cql=Dc, ſive Lc—452L= 704.

In hoc exemplo, quoniam duo ſunt puncta quadratica in co-efficiente 452, ideo circulus præponetur poteſtati reſolvendæ 704, ut & ibidem etiam ſint duo puncta cubica, ita, 0704; at verò, quoniam co-efficiens ſublateralis 452, ex duabus conſtat dimenſionibus, non prima figura 4, in 452, ſed radix ejus (quippe primi in co-efficiente puncti) quadrata ſumetur pro latere primo, *viz.* 2=A; atque hic plane intelligis, quod non propoſuimus chimæricum vel inutile figmentum ſupra, quum diximus co-efficientem reputandum, vel tanquam planum vel ſolidum pro ordinis ſui ratione.

	. .	duo puncta cubica.
82=Lc poteſt. reſolv.	0704	
	. .	tot lateralia quot cubica.
	452	co-efficiens in ſuo loco.
	8	Ac.
	-904	-CqA.
Auferes -104 ſi addas + 104.	-104	differentia diagonalium auferenda à poteſt. reſolv.
	1744	reſid. poteſt. reſ.
	12	3Aq } diviſores affirm.
	6	3A }
	126	ſumma diviſ. affirm.

-452 -Cq, diviſor negativus auferendus ex affirm.

Differen. 808 diviſor per quem divide reſid. poteſt.

oritur 2.

24 3AqE }
24 3AEq } gnom. affirm.
8 Ec }

2648 ſum.

904 I-CqE) gnom. negat. tollend. ex gnom. affirm.

Differen. 1744 = reſid. poteſt. reſolv.

Verum enimvero quandoque ita accidit, nimirum hæc eſt mortalium ſors, ut quanquam puncta ſint utrobique æqualia, tamen nequeas elicere latus primum ſive per extractionem radicis, vel è primo puncto poteſtatis, vel parili co-efficientis, ſive dividendo poteſtat. reſolvendam per co-efficientem; ut in hoc exemplo:

Lq + 60L = 1600: vera radix eſt 20.

Si dividas 16 per 6 oritur tantum 2: tum quod ad radicem quadratam attinet, ea ex 16 eſt tantum 4: denique, ſi, juxta regulam tertiam, ſumeres primam figuram co-efficientis, (quoniam in hoc exemplo co-efficiens eſt longitudo) ea eſt tantum 6, ſed tu debes habere 2. Quid ergo jam agendum? Eſt quidem hoc negotium ſatis difficile, in quo tamen procul dubio, quicquid ars præſtare poteſt, exhibuit artis analyticæ magiſter, mortalium ingenioſiſſimus, *Vieta*.

{ 1600 }
{ .. } puncta æqualia.
{ 60 }

Accedamus igitur ad quartam regulam Authoris, in qua in hunc finem inſtituitur analytica reductio. Quid eſt autem analytica reductio? Eſt nihil aliud quam reductio co-efficientis ad idem magnitudinis genus cum poteſtate reſolvenda, quod fit juxta primum Authoris conſectarium, ſect. 6. pag. 112.

‘Si co-efficientis, pro ſua ſpecie, radix, ducta in affectionis gradum, multiplicet ipſum co-efficientem; factus erit ejuſdem generis cum poteſtate reſolvenda: ut in præcedente æquatione, ſi latus 15 quadrato-quadratice multiplicatum, ducatur in 15; & ſi r q 160 cubatum, ducatur in quadratum 160; & ſi r c 1250 quadratum, ducatur in cubum 1250; denique, ſi r qq 6480 ducatur in quadrato-quadratum 6480; ex ſingulis hiſce multiplicationibus emerget numerus quadrato cubicus. *Atque hic multiplicationis analyticæ modus eſt reducendi co-efficientem potentiæ ad ſpeciem poteſtatis reſolvendæ,* in lateris primi ſingulari extractione uſitatiſſimus.’

In præſenti exemplo Lq — 60 L = 1600 æquatio, quoniam 60 eſt longitudo, eſt ipſa radix; & quoniam jungitur cum (L) gradu laterali eatenus invariata manet; ſed tum debet ſaltem multiplicare ſeipſam, hoc eſt, quadrari; (quod ſi (in æquatione cubica) junctus fuiſſet 60 cum Lq, ita, 60 Lq, (ut reducatur) quoniam 60 eſt longitudo, nulla radix expectanda, ſed non quadrari debet propter gradum affectionis (Lq) ſed demum quadratum in co-efficientem ducendum erat ſic ſolidum;) atque reductio peracta eſt. Redeamus ad æquationem Lq — 60 L = 1600, ergo per antitheſin, Lq = 1600 + 60 L.

1600 poteſt. reſolv.
60 co-eff. in ſuo loco.
36 co-efficiens reduct.
1600 poteſt. reſolv.
5200 ſumma.

ergo
Lq = 5200
L = 8 proxime major quam vera radix quadr. è 52, quæ eſt 7.
ergo ſit A = 8.

Reducendo co-efficientes, non ſemper pervenies mox ad latus verum; ut in exemplo ad 8, ſed plerumque ad proxime verum, ut ad 7.

Præſtat etiam hoc artificio analytico uti quandoque etiam in co-efficientibus affirmatis (quanquam illorum gratia haud principaliter inventum) niſi te malles deluſum iri; præſertim cum puncta ſunt utrobique æqualia, & numeri in primo tum co-efficientis tum poteſtatis reſolvendæ puncto non multum diſcrepant; i. e. co-efficiens neque multum prorumpit in anteriora, neque multum recedit; quo caſu co-efficientes neque magni ſunt neque parvi valoris pro natura æquationis, ſed magnitudo afficiens ad æquilibrium ſive æqualitatem aliquam accedit cum poteſtate adfecta. Verum in adfirmatè affectis factorum differentia ſumatur.

Proponit *Vieta* hoc exemplum,

1 Q + 8 N = 128; ſive Lq + 8 L = 128.

ordinatis ad opus, ut ars poſt devolutionem exigit, figuris.

Nimirum, 16 8
1 | 128 —
8

Quoniam differentia inter planum 128 & 64 quadratum, à co-efficiente 8 eſt 64, ideo ſumetur radix 8.

 Dices,

Dices, Quare ſumis hic differentiam non ſummam, ut ante?

Reſpondeo, Quia ſi $Lq + 8L = 128$.

Erg. per antitheſin, $Lq = 128 - 8L$.

Jam co-efficiens 8, analytice reductus, eſt 64.

Erg. $Lq = 128 - 64$. erg. $L = 8$.

Hoc loco videor mihi te dicentem audire, Quæ ſcripſiſti intelligo; & video te (per reductionem co-efficientis 8, ad planum 64,) ſubſtituiſſe 64 loco 8 L, cum veritate rei & ſucceſſu operato: Ego autem neſcio an hic modus reducendi co-efficientes ubique pariter ſuccedat; puta, in ordine quadrato-cubico, $9\,Ac = Cq\,Ac$, reducatur 9 ad quadrato-cubum juxta conſectarium: ejus radix quadrata 3 cubetur propter gradum adfectionis Ac; fit 27, qui ducatur in 9; fit $243 = Cq\,Ac$, qui eſt quadrato-cubus rationalis ex 3; ſed in æquatione quæ mihi proponatur, nihil ſit neceſſe, ut Ac ſit cubus ejuſdem numeri cujus 9 eſt quadratus; ſed per Ac poteſt intelligi 125, cubus ex 5, qui ductus in 9, efficeret 1125, qui valde excedit 243: ego interim nihilo minus procedere debeo analytice reducendo, ut jam eſt expoſitum pro 243, atque ita à veritate longe recedam.

Reſpondeo, Verum eſt, quod co-efficientes reducti rariſſime exprimunt verum valorem magnitudinum quarum loco ſubſtituuntur, ut in his paucis exemplis videris.

Eſto $A = 3$. $Aqq = 81$.

$Aqq - 2Ac + 16Aq = 171$.

Erg. per antith. $Aqq = 171 + 2Ac - 16Aq$, reducantur co-efficien. & erit $Aqq = (171 + 16 - 256) = - 69$. quod abſurdum.

Aqq

$Aqq - 2Ac + 9Aq = 108.$
Erg. $Aqq = 108 + 2Ac - 9Aq$. reducendo co-eff.
Erit $Aqq = (108 + 16 - 81) = 43$. non conſentaneum, quia $Aqq = 81$.

$Aqq - 3Ac + 16Aq = 144.$
Erg. $Aqq = 144 + 3Ac - 16Aq$. reduc.
Erit $Aqq = (144 + 81 - 256) = -31$. abſurd.

Verum enimvero hic operandi modus per reductionem analyticam, in æquationibus quibus opus eſt reductione, pro propoſito plerunque ſatis accuratus erit; interim hinc clariſſime liquet quid ſentiendum de Authoris ſect. 7.

Erit, inquam, ſatis accuratus præſertim poſt unum aut alterum tentamentum ſuppoſito errore, quod (quæſo) ne graveris, niſi ingratus audire velles; quandoquidem contentus eſſe nolis quanquam habes quicquid ars præſtare poteſt; neque enim potes radicem quadratam in communi Arithmetica ex pura poteſtate educere, quin aliquando (errore facto, eo quod plus vel minus quam par erat ſumpſiſti) operationem renovare coactus fueris; ita & hic, ſi (ex diagonalibus computatis, ut decet) habueris numerum poteſtate reſolvenda majorem, certus eſſe potes, te nimium pro latere primo ſumpſiſſe; ideoque & operationem renovare oportet; atque huc ſpectant levamina *Oughtredi*, per depreſſionem & canonem Logarithmorum; cur autem ſatis accurate plerunque ratio hujus rei eſt, quod, ut ante dixi in iſtis caſibus, erit æqualitas quædam inter magnitudines; atque ita co-efficiens erit vel radix vel radicis gradus aliquis,

quis, vel ad radicem vel ad gradum aliquem ejus accedet, ut ex co-efficiente reducto numerus emergat vel verus vel ad verum accedens; ex. gr. in exemplo *Vietano*, cujus nuper meminimus, quoniam radix eſt 8, etiam & co-efficiens eſt 8, ex 8 in 8 fit 64 exacte; ut & fit ex co-efficiente reducto; ett r q 128 — 64 = 8 = accurate magnitudini quæſitæ. Sed dabo aliud exemplum quo non ad proxime minus perveneris.

Lq + 90 L = 11200 (70 = veræ radici.

fiat devolutio, & fit	11200	poteſt. reſolv.
	90	co-effic. in ſuo loco poſt devolutionem.
tolle 81 è poteſt. reſolv.	81	co-efficiens reductus
differentia	31	cujus nempe 31 radix quæ eſt tantùm 5 non proxime minus latere 7 = A.

Hoc tamen dici poſſit, quod 31 propius accedit ad 36, cujus latus 6, quam ad 25, cujus latus 5.

Inſtituitur analytica reductio principaliter æquationum ambiguarum cauſa; & quidem radicis majoris inveſtigandæ gratia; æquatio autem eſt ambigua quando altiſſima ſpecies eſt negata, & de duabus ſaltem exponitur radicibus, (quandoque de pluribus) quarum utraque æquationi ſatisfaciet; ut in hac æquatione, 370 L — Lq = 9261; æquatio poteſt explicari vel de 27 radice minore, vel de 343 radice majore: id autem primo & diligenter obſervandum, quod radices hujuſmodi,

limites

limites ſuos ſibi è co-efficientibus aſſignatos habent, intra quos conſiſtant; ut in ordine quadratico radix major, major erit ſemiſſe co-efficientis; & radix minor, erit minor: hæc nota ſit tibi cynoſura, ut in exemplo propoſito, 27 minor eſt quam $\frac{370}{2}$, & 343 major eſt quam $\frac{370}{2}$.

Ne autem falſitatis præmonſtratorem viæ accuſes, noveris quod aliquando contigerit æquationem explicari de una radice tanquam duabus, quo caſu, ſemiſſis co-efficientis erit ipſa radix, ut 12 L — Lq = 36. $\frac{12}{2} = 6$ eſt ipſa radix quæſita, cujus 36 eſt quadr.

In ordine cubico, eſto Cql — Lc = De quadratum minoris radicis, minus eſt triente co-efficientis Cq, majoris majus in eodem ordine eſt B'q — Lc = Dc, una radix minor eſt duabus tertiis co-efficientis B, altera major.

In ordine quadrato-quadr. eſt Dcl — Lqq = Fqq, minoris cubus, minor eſt quadrante co-efficientis ſolidi Dc, majoris major.

In eodem ordine, eſto Blc — Lqq = Fqq, unum latus minus eſt dodrante longitudinis B, alterum majus.

His limitibus præfinitis, certius & facilius procedes in eruendis radicibus; verum aliter longe operandum in radice minore inveſtiganda, aliter in majore; quod ad minorem attinet, operandum pro primo latere, juxta regulam Authoris ſecundam, per analyticam, analyticam (inquam) diviſionem, ut in exemplis Authoris, 9, 11, 13, poteſtas altiſſima vocatur avulſa, addita autem poteſtas lateris ſingularis primi reſolvendæ magnitudini reſtituit poteſtatem avulſam, tum homogenea ſub gradu, ut in exemplo, 370 L, auferenda eſt à poteſtate

ita

ita reſtituta, pro reſiduo poteſtatis reſolvendæ.

Proponatur hujuſmodi æquatio, 370A—Aq=9261.
vel, 370L — Lq=9261.

Radix = 27. 9261 planum ſub latere adfectum multa quadrati.

B= 370 co-efficiens per quem divide 9261, oritur 2 = A primo lateri.

Divide 92 per 37, ut habeas 2 = A. 4 Aq. poteſtas reſtituens.

9661 poteſtas reſtituta.

740 BA. homogenea ſub gradu tollend. è poteſtate reſtituta.

2261 reſid. poteſt. reſolv. }
370 B. co-efficiens motus } diviſores.
—4—2A———— }

330 differentia diviſorum, per quam divide reſid. pot. reſ. oritur 7 = E.

—28—2AE }
—49—Eq } gnomon quadraticus.

2590 BE. gnomon lateralis.

2261 differentia gnom. = reſid. poteſt. reſ.

Paradigma in hunc modum deſcripſimus, ut aliquo pacto rationem operationis videres, reſtituendo poteſtatem avulſam.

Verum

Verum in idem res recideret, hoc modo operando,

9261 planum adfectum.

370 co-effic.

-4 —Aq } ſpecies diag.
740—BA }

700 differ. ablatitia.

2261 reſid. poteſt. reſolv.

&c. Eſto aliud exem. 57 L—Lc=24300.

Radix = 30.

24300 ſolidum adfectum multa cubi, BAq—Ac = 24300.

57 co-efficiens in ſuo loco.

3 = A.

-27 —Ac } ſpec. diag.
513 CqA }

243 differentia ablatitia.

000 reſiduum poteſt. reſolv. unde habetur 0 = E.

In hoc exemp. analyticè div. 24 per 5 quot. eſt fere 5, cujus radix quadrat. eſt fere 3, ergo ſumis 3 = A, juxta regulam tertiam, neque potuiſti ſumere 4 pro latere primo, tum propter limites præfinitos, qui te impediunt, quin & ad opus redintegrandum inter operandum coactus fueris; radix major eſt 45.

Aliud

Aliud exemplum in ordine quadrato-quadratico: eſto 65 Lc—Lqq= 1481544.

Radix = 38.1 1481544 plano-planum adfectum.

B = 65 co-efficiens in ſuo loco.

Dividendo analyticè 148 per 6, quotiens eſt 24, qui eſt fere cubus ex 3, ideo ſumis 3 = A.

—81 —Aqq }
1755 BAc } ſpec. diagon.

945 differ. ablatitia.

536544 reſid. pot. reſ.

—108 —4Ac }
—54 —64Aq } diviſores neg.
—12 —4A }

—11352 ſumma diviſ. neg.

1755 B3Aq }
585 B3A } diviſ. affirm.
65 B }

181415 ſumma diviſ. affirm.

67895 differentia ſummarum per quam divide reſid. oritur 8 = E.

—4AcE —864 }
—64AqEq —3456 }
—4AEc —6144 } gnomon. negat.
—Eqq —4096 }

—1275136 ſumma negat.

14040	B3AqE	gnom. affirm.
37440	B3AEq	
33280	BEc	
1811680	ſumma affirmat.	
536544	differentia ſummarum.	

Ablatitia & reſiduo plano-plani adfecti, radix major eſt 57.

Hactenus verſati ſumus in inveſtiganda radice minore æquationis ambiguæ. Quod attinet ad radicem majorem, ea invenienda triplici methodo: Vel,

1. Dividendo poteſtatem reſolvendam per co-efficientem.

2. Sæpius per extractionem radicis congruæ à co-efficiente, pro ſuo magnitudinis genere.

3. Utplurimum autem per reductionem co-efficientis analyticam; hic etiam limites attendendi.

Radix = 45.

Eſto 57 Lq — Lc = 24300.

	24300	
B =	1 . 57	
-64	Ac	ſpec. diagon.
912	BAq	
272	differentia auferenda è ſolid. adfecta	
—2900	reſid. poteſt. reſolv.	

In hoc exemplo divisi 24 per 57 [illegible] etiam primâ figurâ [illegible] in longitudine co-efficiente 57, prope accedit, adeo ut utroque modo occurrat.

—48

—48 —3Aq } diviſ. neg.
—12 —3A }

—492 ſumm. diviſ. neg.

456 B2A } diviſ. affirm.
57 B }

4617 ſumm. diviſ. affirmat.

—313 differ. diviſorum, per quam divide reſid. pot. reſolv. oritur 5 = E.

—240 —3AqE }
—300 —3AEq } gnom. neg.
—125 —Ec }

—27125 ſumma negat.

2280 B2AE } gnom. affirm.
1425 BEq }

24225 ſumma affirm.

—2900 differ. = reſid. pot. reſolvenda.

Quoad radicem minorem, homogenea ſub gradu tollitur à poteſtate reſtituta; quoad majorem, quandoque, ut in hoc exemplo, & exemplis Authoris 8, 10, 12, poteſtas reſtituta aufertur ab homogenea, ſub gradu; quod facile intelliges, ſi primum exemplum quoad minorem radicem ſatis obſervaveris. Author autem in exemplo ejus octavo numerum 6400 vocat ablatit. qui, quoniam major eſt quam 4657, è quo tollendus, ideo reſiduum ſigno negativo donatur, ità, —1743. ſic in exemplo noſtro, ſi tollas differentiam 272 è 243, ſolido adfecto, id eſt,

id eſt, majorem numerum è minore, reſtabit, non 29, ſed —129.

In exemplis Author, 8, 10, 12, per ſecundum modum, (extrahendo radices è co-eff.) latus primum inveſtigat. Verum enimvero quandoque dubitatio accidere poteſt qua via eundum in electione radicis majoris: ideoque & iterum ad reductionem analyticam tanquam ad Apollinem confugimus. Nam ſi ſit Cql — Lc = Dc, ergo per antitheſin Cql — Dc = Lc; unde patet quod poteſtas reſolvenda, Dc, auferenda eſt ex co-efficiente reducto; & differentiæ radix cubica erit = L: quomodo autem co-efficientes reducendi, jam ſatis dictum eſt.

Id unum ſupereſt monendum, quod ad intellectum eſt ſatis facile, ad praxin difficillimum; nempe, quod pro ſecundo latere diviſio analytica quandoque inſtituenda, quam clymacticam appellat *Vieta*; id eſt, quotus erit aliquando latus, aliquando lateris ſecundi quadratus, vel cubus, &c. quia nimirum diviſor conflatus eſt ex multis diviſoribus, quorum unus eſt longitudo, alter planum, alter ſolidum; & nunc unus, nunc alter præpollet & principalius dividit; unde magna oritur lubricitas, quam tamen *Oughtredi* ſagacitas facile effugeret; cujus quidem lubricitatis cauſa, ſi Lector ea quæ ſcripſimus in his ultimis paginis non ſatis bene intelligat, non opus eſt ut ſe nimium torqueat; quoniam ea ſcripta ſunt non tam propter uſum quam operis complementum & ad ſatisfaciendum obſtinati animi curioſitati; qua tamen mente ſi fretus fuerit, poterit ipſum *Vietam* (ex noſtris (uti ſpero) jam magis intelligibilem) conſulere. Spero etiam ex noſtris bene intellectis,

tis, & lectis ſaltem Conicis *Mydorgii*, poſſe Lectorem tuto aggredi *Carteſii* Geometriam practicam, ubi in introitu videbit duarum Algebraicarum regularum pulcherrimam demonſtrationem, & ſubinde mirabiles methodos conſtruendi problemata ad loca quædam, id eſt, figuras geometricas, in quibus jacent & terminantur omnes lineæ, quæ ſimilibus proprietatibus gaudent, juxta æquationum altitudines & conditiones, ſive illæ figuræ ſint circuli ſive parabolæ, &c. ego huc etiam in his oculum direxi; jam vero Portum appello; nam operatio per Logarithmos, ſect. 7. & 28. (iis qui naturam Logarithmorum nôrint) facilior erit intellectu quam ut explicatione indigeat.

FINIS.

ASTRONOMICA
SPECIMINA
AD
OBSERVATIONES
PLANETARUM
Faciendas,

&

HOROLOGIORUM
Conſtructionem.

Authore
GILBERTO CLARK.

LONDINI,
Typis *Milonis Fleſher*; Veneunt apud *Ric. Davis*, Bibliopolam *Oxonienſem*, 1682.

SPECIMEN

OBSERVATIONUM

PLANETARUM

[illegible]

&

[illegible] LOCORUM

[illegible]

Auth[illegible]

[illegible] T[illegible]

[illegible]

AMPLISSIMO VIRO

&

GENEROSO DOMINO,

GUALTERO CHETWYNDO,

ARMIGERO;

EX

Veteri *CHETWYNDORUM* Stirpe,

IN

Comitatu *Staffördienſi* oriundo;

Hæc ſua *SPECIMINA* Aſtronomica,

In animi grati teſtimonium,

D. D. D.

Gilbertus Clerke.

AD OBSERVATIONES PLANETARUM Faciendas.

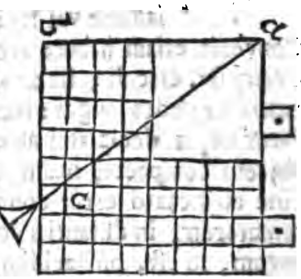
I. OPortet Obſervatorem habere Inſtrumenta neceſſaria.

1. Nempe radium cum tranſverſario, cui laminæ vel ſtyli ex ferro mobiles aptandi. Convenit etiam habere arcum, id eſt, ſegmentum circumfer. circuli; ita ut arcus ſit gr. 30. & radius annexus ſex pedes longus; ſed in horum uſu caveat Obſervator ne, 1. decipiatur ab excentricitate oculi, qui, uno objecto conſpecto, ſitum mutat ut alteri obvertatur; hinc ab incauto error committi poſſit ſex vel ſeptem minutorum, in diſtantiis accipiendis: 2. in uſu laminarum, id eſt, pinnacidiorum latorum; ſi conſpectio fiat nunc per interna laminarum latera, nunc per externa, differentia poſſit eſſe 10. minutorum, ut *Horoccius* expertus eſt, qui ergo uſus eſt interno latere unius laminæ & externo alterius; erratum erit majus, quo ſplendidior ſtella propter majorem irradiationem; in hujus rei experimentum, ſi removeatur candela 4. vel 5.

paſſus, tum inter oculum & candelam interponatur o-pacum; certe ſummitas flammæ videbitur altior juxta parietem quam mox ſublato opaco.

2. Oportet propter altitudines capiendas habere quadrantem, cujus radius longus ſit 3. vel 4. pedes; & convenit habere quadratum *Curtianum* à *Clavio* deſcriptum in Horol. cum dioptris (ſi opus) cujus quadrati latera in 256. partes æquales dividantur, vel plures, ut ex interſectione linearum innumera oriantur quadratula, quorum unum vel alterum in ipſo angulo, puta in *c*, ſecabitur à filo penſili; tum ex datis lateribus in triang. rectang. *a b c*, trigonometricè computetur angulus ad *a*, quoad gradus & ſcrup. per logarithmos artificiales. Analogia erit, ut *a b* : *bc* :: rad. ad tang. *b a c*.

Nota quod quarta pars quadrati, verſus centrum, exſcindatur tanquam ſuperflua: ſed hic etiam Obſervator caveat ne decipiatur à refractione ab athmoſphæra; unde Planetæ altiores videantur quam ſint, quemadmodum denarius remotius videbitur in fundo ſitulæ ſi ea fuerit aquæ plena quam ſi vacua. Conſulat igitur tabellas aſtronomicas in hunc finem compoſitas.



II. Habeat Obſervator meridianam lineam fixam & bene notam, ut accurate ſciat quando quævis ſtella fuerit in meridiano; inter alia, propter temporis correctionem, quando Obſervator horologiis forte minus accuratis

curatis utitur; linea autem meridiana invenitur variis modis.

1. Primus eſt ope quadrantis horizontaliter poſiti, fili penſilis & azymuthi cogniti, id eſt, diſtantiæ Solis à meridiano; quo pacto azymuthus obtineatur, vide *Oughtr.* Explic. c. 6.



2. Si perpendicularis ſtylus erigatur ex *a*, centro plurium circulorum concentricorum, & continuo notetur ſupremum umbræ punctum; nempe à puncto *b*, obſervato Hor. 9. jun. 10. vel circiter ad punctum *o*, in eadem circumferentia, Hor. tertia, ducatur linea *b o*, & alia ab ejuſdem lineæ medietate ad centrum *d a*, vel perpendicularis, hæc *d a*, vel perpendicularis, erit meridiana.

Et ea accurate ducta eſſet, ſi motus Solis æqualis eſſet motui ſtellæ fixæ; ſed, propter proprium motum, in conſequentia erit error aliqualis, qui tamen (ſi fuerit perceptibilis) emendari poteſt; nempe ſi quoniam Sol in minuto uno tantum ſpatii conficit motu diurno quantum in ſex horis perdidit motu proprio, addatur ultimo puncto in via Solis quantitas motus umbræ per minutum, ut punctum illud notetur non in ipſa circumferentia ſed prope, puta, in medio literæ O, & fiant reliqua ut prius; hac methodo, in praxi haud aliquid melius occurrat.

3. Media ſtella & paulo obſcurior reliquis ex ſeptem in urſa majore notetur circa 7. hor. noctis in Nov. vel De-

 cemb.

cemb. dein, poſita candela in laterna, abeas, ſi placet, ad ſtationem convenientem, puta, 40. vel 50. paſſ. diſtantem, ubi figatur funiculus penſilis cum plumbo; tum vide fiat ut candela, ſtella polaris, & obſcurior illa in eodem filo penſili conſpiciantur; dico quod linea à funiculo ducta ad candelam erit meridiana.

Methodus pro erigendo ſtylo perpendiculariter.

Fiat foramen in plano Horizontali immobili, huic foramini inſeratur pars aliqua ſtyli ferrei, qui aliud planum minus & mobile pertranſierit, (quantum conjectura fieri poſſit) perpendiculariter; dein circumvolvatur mobile planum: tum ſi ſuprema umbra ſtyli ferrei ſemper tetigerit unum idemque punctum in plano immobili dum circumvolvitur planum mobile, dico quod ſtylus ille erigitur perpendiculariter.

III. Obſervator ſcire debet quo pacto oculus proxime dirigendus fuerit verſus nonageſimum gradum eclypticæ, id eſt, gradum illum qui maxime elevatur ſupra Horizontem, & qui diſtat à puncto oriente 90. grad. ex una parte, & 90 grad. à puncto occidente ex altera parte.

Certe non eſt difficile per tabulas aſtronomicas invenire nonageſimum gradum, punctum oriens & punctum occidens ad quodvis tempus datum, atque etiam amplitudines iſtorum punctorum, id eſt, diſtantias eorum ab oriente & occidente: tum in horizontali circulo diviſo, & meridiano ducto, ut opus eſt, ab iſtis amplitudinibus ducatur linea & altera huic perpendicularis, huic alteri inſiſtat planum perpendiculare; dico quod

quod hoc planum jacebit in circulo nonageſimali, ad tempus datum, nempe in circulo, qui tranſit per polos Zodiaci, punctum loci verticale & nonageſimum gradum; & nota quod circulus tranſiens per polos Zodiaci neceſſario ſecat eclypticam (in quocunque gradu) ad angulos rectos, unde ratio peti poteſt quare nonageſimalis gradus in obſervationibus faciendis ſit tanti momenti; nempe, quia & circulus verticalis in eodem gradu ſecat etiam eclypticam ad angulos rectos, & proinde eadem fere erit diſtantia Planetæ à verticali per ſtellam horizonti parallelãs ſumpta & longitudinum differentia. Vice verſa, dato gradu eclypticæ, facile reperiatur quando gradus ille erit nonageſimus; convertendo differentiam inter obliquam aſcenſionem loci Solis orientis & obliquam aſcenſionem puncti orientis, convertendo (inquam) hanc differentiam in horas, id eſt, aſſignando 15. gradus æquatoris uni horæ, & 15. minuta æquatoris uni minuto; nempe, inde neceſſario innoteſcit quantitas temporis comparate ad Solis ortum vel occaſum.

Denique hæc problemata omnium facillime ſolvuntur ope Globi.

IV. Accurate ſumenda eſt ope Arcus ſupradicti diſtantia inter planetam & ſtellam notam, quatenus fieri poteſt, minime diſtantes, quia longitudines & latitudines ſtellarum fixar. notæ ſunt, utpote jam pridem inveſtigatæ præcipue per ſolertiam & laborem nobiliſſimi *Tychonis*.

V. *Crabtrius* Obſervationes fecit verticali in feneſtra, applicando regulam tranſeuntem per ſtellam notam

tam & planetam; nempe, ut inveniret angulam ad verticalem, *viz.* ZL5. in ſeq. fig.

VI. Oportet habere declinationem feneſtræ notam; nempe hinc conſtiterit præter propter utrum Planeta fuerit in vel prope nonageſimum; præter propter (inquam) nam hoc ſatis eſt; inde etiam conſtiterit quam prope acceſſit planum feneſtræ ad perpendicularitatem cum circulo verticali per Planetam tranſeuntem, nam ſitus ille eſt maxime propitius pro angulo ſumendo ad verticalem; & reliqui quo propius ad illum accedunt præferendi.

Dein, quoniam declinatio plani æſtimatur à linea ad planum perpendiculari *infinite ducta ad horizontem*, ut arcus interceptus inter meridiem & perpendicularem ſit declinatio, ſi perpendicularis ad verticalem in feneſtra & ad planum feneſtræ ducatur ſuper tabulatum, azymuthi planetæ & ſtellæ notæ facile accipiantur.

Declinatio autem plani cujuſcunque hoc modo obtinetur; *viz.* quando pro azymutho inveniendo accipis Solis altitudinem ope quadrantis, eodem momento alterius quadrantis horizontaliter poſiti latus, ab alio Obſervatore applicetur plano, tum viderit Obſervator quem gradum in limbo quadrantis ſecuerit umbra fili perpendicularis per centrum tranſeuntis, angulus nempe ille inter gradum illum & perpendiculare latus quadrantis memoria tenendus.

Azymuthus autem poſtea in camera tua per computationem inveniatur; vel ſumatur (ſi placet) à linea meridiana, quam fixam habes eodem momento ut ante.

Tandem

Tandem anguli in memoria retenti & azymuthi ſumma vel differentia exhibebit declinationem, nempe ſumma, ſi umbra fili fuerit inter meridiem & perpendiculare latus; ſin autem, differentia; utrum vero umbra fili penſilis fuerit in medio necne, ex diei tempore & parva meditatione facile addiſcatur.

His præmiſſis, accedo jam ad methodos aliquot *pro Obſervationibus faciendis.*

1. Proponatur in ſchemate primo,

datis { Azymutho AGH, Compl. altit. GH, Compl. elev. poli GF } invenire FH. Compl. declinat.

Eſt autem declinatio diſtantia ſtellæ ab æquatore.

2. Data planetæ H (in 1. fig.) altitudine, cujus compl. GH, datis etiam diſtantia ſtellæ à meridiano BH, & GF compl. elev. poli, hoc eſt, in triang. GFH, datis GF, GH, GFH, invenire FH= compl. declinat.

Vide *Newton.* li. 2. c. 12. Harm. Cœleſt. p. 27.

3. Tolle altitudinem æquatoris ex altitudine planetæ meridiana, reſtabit declinatio planetæ.

Sed data declinatione planetæ cum diſtantia præmiſſa inter planetam & ſtellam notam, dabitur recta ejuſdem aſcenſio; denique, datis planetæ declinatione & recta aſcenſione, inveniantur longit. & latit. planetæ.

Vide Harm. Cœl. li. 2. c. 15, 16. & *Newton.* l. 1. c. 8, 9.

4. In ſecundæ figuræ triangulo, LO5, ex nota latitudine ſtellæ =5O, & ex aſſumpta latit. planetæ LO, nempe, ex tabulis *Carolinis*, vel aliis, & data diſt. 5L, vel angulo ad verticalem OL5, invenire trigonometricè

ang.

ang. LO5 = differentiæ longitudinum ſtellæ & planetæ.

5. Quando planeta eſt in vel prope nonageſimum, tolle altitudinem nonageſimi gradus m, ex altitudine nonageſimali planetæ L, vel contrá, reſtabit L m, latitudo planetæ.

6. Si infallibiliter conſtaret de tempore multa oſtendi poſſent ex ſuppoſito ſtellam vel planetam eſſe accurate in nonageſimo; ſed quoniam parvus error quoad tempus, magnum errorem quoad longitudinem pareret, nempe, propter continuam mutationem nonageſimi & celerem motum cujuſvis gradus in eclyptica, adeo ut in uno horæ minuto, quindecim min. æquatoris conficiantur; ideo unum tantum deſcribam, quia non ſit *injucundæ* contemplationis.

In ſchemate ſecundo, hæc omnia quæ ſequuntur vel dantur vel accipiantur, *viz.*

5ZB, azymuthus ſtellæ
LZB, azymuthus planetæ. } 5ZL, diff. azymuthorum.

RZB, azymuthus nonageſimi ad quodvis tempus datum.

Altitudines ſtellæ, planetæ & nonageſimi, cujus comp. SZ, & hujus compl. ZO.

O5, latitudo ſtellæ notæ.

Diſtantia inter ſtellam & planetam, L5.

Angulus ad verticalem, ZL5.

Quoniam ergo in triang. Z5L, ſec. fig.

dantur { ZL5, ang. ad verticalem.
LZ5, differ. azymuthorum.
L5, diſt. inter plan. & ſtellam.

Dabitur etiam ang. Z5L.

In

In triang. ZO5, datur OZ5, *viz.* compl. duorum azymuthorum, *ſc.* nonageſimi & ſtellæ $\left\{\begin{array}{l}RZB.\\BZ5.\end{array}\right.$

Dantur etiam ZO & O5 = latit. ſtellæ.

Ergo dabitur etiam ang. Z5O.

Denique, in triang. O5L, quoniam dantur duo latera $\left\{\begin{array}{l}L5\\5O\end{array}\right\}$ cum angulo comprehenſo L5O. = duobus $\left\{\begin{array}{l}Z5L\\Z5O.\end{array}\right.$

Dabuntur ang. LO5 = longit. differentiæ,
& LO = compl. lat. planetæ.

Accipiantur igitur accipienda, quando tempus accurate corrigitur, per ſtellam aliquam notam in meridano.

7. Compendii cauſa; ſumpta diſtantia L5, in fig. 3. accipiatur angulus ZL5, forte commodiſſime in feneſtra, ut ante dictum; indeque, ſine ulteriori indagine, ſatis bene reſolvi poſſit triang. rectangulum, Lu5, unde innoteſcat Lu = differ. longit. ſine errore ſenſibili forte unius vel alterius minuti: Sed tum,

1. Operatio perfici debet in vel prope nonageſimum; nam aliter, propter linearum incidentium obliquitatem, ut in ſeq. fig. poteſt committi ſenſibilis error. Et nota, quod,

2. Quo minor eſt latitudo planetæ, eo minor erit incertitudo; atque etiam, quo minor eſt diſtantia L5.

3. Et eo certior erit operatio quo major eſt angulus ZL5, puta, ſi fuerit 90 vel 80 graduum. Vide *Crabtrii* Obſerv. p. 425. lin. ult. Huic autem in triangulo reſpondet L5u, *ſcil.* ang. alternus; nam quanquam in ſchemate verticales ZL & Z5 inclinant ad angulum in Z, tamen in feneſtra tanquam ſi parallelæ eſſent conſiderantur.

Et

Et Luʒ eſt ang. rectus.

Quinetiam ex ſchemate apparet eſſe Lu = mn veræ long. nam quamvis paulo brevior ſit ex parte L, fuerit tamen tanto longior verſus u ʒ: nota denique, quod ſi Z L ʒ ſit ang. rectus, ipſa diſtantia L ʒ, ſive almaçantaralis diſtantia, erit = longitudinum differentiæ.

OBSERVATIO *JOVIS*.

Nov. 11. 1679. S.V. hor. 5¼. P.M.

Tempus corrigitur ab ore Pegaſi exiſtente in meridiano, ut ſit hor. 5. 33′. 44.

♃ diſtabat à ſtella prima arietis 9ᵈ. 21′.

Eratque præciſe in eodem verticali cum *lucida in ſiniſtro cornu*.

At vero addendo propter dilatationem (vel refractionem) radiorum *Jovis*, & demendo propter excentricitatem oculi in inſtrumento, cujus radius erat ped. 6. & unc. 4. pono diſtantiam, 9. 20.

Differentia meridianorum inter *Lamportiam* & *Londinum*, ad cujus meridianum tabulæ *Carolinæ* ſunt compoſitæ, erat 3′. 10″.

Nempe *Lamportia* occidentalior eſt *Londino*; ideoque tempus apparens *Londini* erat hor. 5. 37′ fere.

Tempus medium, *viz.* ad quod tabulæ computantur, erat, h. 5. 26′.

Erg. long. ♃ per tab. *Car.* erat ♉. 36′. 55″.

Latitudo auſtralis

Altitudo

Altitudo meridiana ♃ erat	47°.	20'.	0".
Elevatio poli *Lamportiæ*	52.	25.	0.
Ergo declinatio ♃ per meth. 3. ſupra	9.	45.	0.
Aſcenſio recta	29.	2.	0.

Ergo per methodum *Wingi* Harm. Cœl. li. 2. c. 15, & 16. Sed operando per tabulas *Carolinas*, longitudo *Jovis* eſſet ♉. 1. 6.48.

latitudo auſtralis 1. 44.30.

Sed per defectum quadrantis minutuli & noctis obſcuritatem, non adeo accuratè accepi ♃ meridianam altitudinem, atque diſtantiam prius memoratam, unde nimiam diſcrepantiam inter longit. ortam eſſe puto, *viz.* } 0. 30'. 7".

OBSERVATIO nuperi COMETÆ,

Langoportæ, 168$\frac{0}{1}$.

Non neceſſe eſt ut Cometæ accuratè obſerventur; ſed ſatis eſt ſi horæ, altitudines, &c. præter propter accipiantur.

Dec. 11. 1680. Lucida in ſcapulis Aquilæ ſeu Vulturis volantis reliquit caudam Cometæ ad dextram oculi ſpectantis aliquot gradus. Sed,

Dec. 15. Caudæ linea media ſec. longitudinem, reliquit lucidam illam, verſus dextram, tantillum quidem, nempe, ut conjicere potui $\frac{1}{12}$ lineæ ad mediam illam normalis: Hor. 5. P. M. Cometa erat alt. gr. 6. lucida Vulturis, alt. 26. cauda ad ipſum Cygnum exporrecta.

Dec. 17. Die Veneris, hor. 5. P. M. circiter, Luna exacte in meridiano exiſtente, erat Cometa alt. gr. 12.

Vultur.

Vultur. 27°. alt. Diſtabat Cometa à Vulturis lucida 15°. 4′. à Venere 23°. Erat cauda immanis magnitudinis, albicans & oculos perſtringens.

Dec. 25. Die Saturni, hor. circiter 5½, Cometa alt. 32°. cauda ad Caſſiopeiam pertingens, paulo orientalius.

Dec. 29. Die Mercurii, hor. 5¾ circiter, erat Comet. alt. gr. 45. Cauda penetravit triangulum in pectore Pegaſi, & immanis longitudinis, extenſa ultra Perſei lucidam, paulo occidentalius, *viz.* longa erat prope 50. grad.

Jan. 4. Diſtabat à capite Andromedæ fere 4. gr.

Jan. 5. Die Mercurii, diſtabat à capite Andromedæ quantitatem lunaris diametri.

Jan. 6. Peregrinatus ſum, ſed Cometa ſenſim obſcurior eſſe cœpit, coma valde languidior, & indies multo brevior, quaſi intra ſeptimanam unam vel alteram evaneſceret.

Id in hac hiſtoria maxime notandum quod Dec. 15. die Merc. lucida & media trium in ſcapulis Aquilæ erat in caudæ meditullio; nam ſcriptum eſt in Epiſtola ab *Edinburgo*, lucidam Aquilæ fuiſſe Dec. 15. in medio caudæ; unde aliquatenus & quatenus alii alibi conſenſerint de parallaxi judicare liceat.

Unde etiam liquet apparentiam caudæ non variari (quoad locum) pro poſitione oculi ſpectantis, ut fit in intuitione iridis, cujus colores ſub certo tantum angulo conſpiciuntur, ideoque eadem numero iris non videtur à ſpectatoribus in diverſis locis, nec verſus eadem puncta.

Quidam

Quidam amicorum meorum exiſtimavit caudam fuiſſe in atmoſphæra, & certe quaſi ibi eſſet viſa eſt; ſed tum intra unius vel alterius milliaris diſtantiam parallaxis fuiſſet notabilis; ut fit in nubibus ſpectandis, certe raro obſervabis nubem ultra unius milliaris altitudinem, ut obiter oſtendam methodum quam hujus rei cauſa aliquando concepi, *viz.* Normaliter ad planum horizontale ducatur planum tranſeuns per umbram nubis, nubem ipſam & ſolem; vocetur interſectio A: ducatur aliud planum normaliter ad horizontem per oculum & nubem, interſecans planum per umbram, vocetur interſectio B: denique appelletur linea ab umbra ad nubem C. Dico quod ex A B C fiet triangulum rectangulum, cujus angulus ad umbram dátur. *viz.* = altitudini ſolis; & latus A accipi poteſt, ergo dabitur B, altitudo nubis.

Quod ſi Sol ſit 45 gr. alt. erit A = B; nam erit ABC triangulum *Iſoſcèles*, cujus latera A & B æqualia.

Sed redeo ad Cometas, quorum philoſophiam paucis complectar quamvis fuerint æterna corpora, quod non moventur in circulis planeticis circa vel extra terram, ſic probatur; nam ſi paucos tantum gradus ingentium circulorum abſolverent, approximatio ad oculum minor eſſet quam quæ variationi lucis & diametrorum diminutioni ſufficeret, ſi multos, brevi tempore redirent. Nec ſufficiens ratio daretur caudæ, quæ quod efficitur à Solis radiis, inde liquet quod ſemper eſt à Sole averſa, uti de iride obſervatur.

Non autem per radiorum reflexionem ab opacis corporibus, nam impoſſible eſt (quicquid *Carteſius* affert ex incertis hiſtoriis) ut Cometa tam giganticam caudam haberet, Venus autem nullam, quæ Dec. 17. di-

ſtabat tantum 23 gr. Et proculdubio color Cometæ non fuſcus vel ſubrufus fuiſſet inſtar ignis fumantis, ſed clarior & nitidior, ut eſt Lunæ & Planetarum. Dein haud adeo perfecte & undique cauda unita fuiſſet corpori Cometæ, ſi reflexio ab externa ſuperficie facta fuiſſet, adde quod in reflexione ſinguli radii à ſingulis punctis hæmiſphærii convexi, quaquaverſus ſeorſim reflectuntur & diſperguntur; ideoque neque conum acutum conſtituere queant, nec ſatis potentes eſſe ad illuſtrandam ætheris partem aliquam, ita ut ſit objectum viſus terminativum. Relinquitur igitur, ut dicamus cum *Pena* & *Keplero*, (Vid. Præfat. in *Kepl.* Dioptr.) caudam fieri per refractionem radiorum Solis in corpore pellucido Cometæ, concurſu omnium radiorum, exiſtente paulo poſt Cometam, qui dein diſperguntur, cujus rei experimentum habemus partim à radiis Solis per tranſennam fulgentibus in obſcuro loco, ſed partim & præcipue à vitro combuſtorio in loco irradiato ſed fumoſo, dixi cum *Keplero*, (paulo poſt Cometam,) nempe, ſi refractionis quantitas eadem fuerit cum quantitate refractionis in vitro vel cryſtallo, confer *Kepl.* Dioptr. prop. 35. & prop. 138. ſed hujus rei nulla eſt neceſſitas; & certe diſperſio viſa eſt, quaſi in ipſo corpore inceperat: Quære, annon hinc accendi poſſit materia combuſtibilis Cometæ, imo etiamſi punctum concurſus eſſet paulo poſt, modo fuerit protuberantia aliqua.

Ex hac hypotheſi ratio caudæ eſt manifeſtior quam ut pluribus ſit opus; dein hanc ſententiam ſuadere videtur color caudæ flammeus & prope Cometam rubicundus, quaſi ignis in eo eſſet accenſus, ſiquidem

notum

notum eſt quod radii lucis participant de colore medii quod pertranſeunt; obſcuritas etiam gradualis deflagrationem arguit; denique quod Cometæ ſublunares iſtius naturæ ſunt nemo unquam dubitavit.

Poſſint eſſe in tam immenſo ſpatio permultæ iſtiuſmodi Collectiones combuſtibilis & pellucidæ materiæ, ſed veluti Meteora in Atmoſphæra, videri nequeant, antequam ignem conceperint.

PRO HOROLOGIORUM Deſcriptione.

LINEA Chordarum dividitur hoc modo; Divide Quadrantem in 90 gr. & intervalla omnium graduum ope circini transferantur in lineam rectam: hæc recta appellatur linea chordarum: Uſus eſt,

Accipe intervallum 60 gr. = ſemidiametro quadrantis, & hoc intervallo ab interſectione duarum linearum normaliter ductarum deſcribe quadrantem; tum accipe intervalla de linea chordarum pro quibuſvis angulis deſcribendis: ut opus;

Linea ſinuum fit dividendo ſemidiametrum quadrantis per ſinus rectos, id eſt, lineas perpendiculariter dimiſſas à ſingulis gradibus quadrantis.

Horologia omnia ſupponuntur fieri originaliter ad centrum terræ, ita ut lineæ horariæ ſint interſectiones

planorum quorumvis per centrum terræ, cum circulis vel planis horariis. Circuli autem horarii tranſeunt per polos mundi & ſingulos 15 gradus æquatoris; nam quia Sol æqualiter movetur in æquatore & planis parallelis per totum annum, erit & neceſſario per totum annum eadem hora, in eodem plano horario.

Jam quoniam in Horologiis quæ apud terræ ſuperficiem conſtruuntur ſtylus gnomonicus repræſentat axem mundi, eadem dici poſſunt ſine errore ſenſibili de planis horariis factis, dividendo per ſingulos 15 gr. minorem circulum circa ſtylum, ita ut ſtylus elevetur ad elevationem poli, & circulus ille minor ad elevationem æquatoris, quem repræſentat.

Deſcriptio Horologii horizontalis.

Pro deſcriptione Horologii horizontalis, per ſingulos 15 gr. minoris circuli à centro ejuſdem, ducantur lineæ, interſectionem plani, minoris circuli & horizontis (quam vocant Contingentem) interſecantes & harum interſectionum puncta notentur, per quæ à centro Horologii, cui inſeritur ſtylus, ducantur lineæ horariæ. Mechanica praxis eſt, ut ſequitur.

Ducantur duæ lineæ normaliter *b d* pro hora duodecima, & *b c* pro hor. 6. ducatur ſtylus *b i*, ita ut ang. *i b d* = elev. poli 52°. 15'. accipe ad libitum quodvis punctum in linea meridiana, puta *d*, à quo ad ſtylum dimittatur perpendicularis *d e* = ſin. elevat. poli: huic æqualis, *d f*, transferatur in meridianam, & ducatur contingens normaliter ad meridianam in *d*.

A cen-

A centro *f* deſcribatur circulus, quovis intervallo, (quo majus eo melius) & dividatur in ſingulos 15 gr. id eſt, in 24 partes, ſed ſatis eſt ſi quadrans dividatur in ſex partes: fiant puncta in contingente, ubi ſecatur à regula ad centrum *f*, & ſingulos 15 gr. poſita.

Denique à centro *b*, per puncta in contingente, ducantur horæ, erigendo ſtylum ſuper meridianam ad ang. *i b d*.

Eodem modo fit Horologium verticale, meridionale, niſi quod loco elev. pol. 52. 15'. ſumendum ejus complementum = 37. 45'. pro horis tantum duodecim.

Aliter ſic per Logarithmos. Elev. poli 52. 17.

Ab interſectione duarum linearum normaliter ductarum, ut ante dictum, nempe à centro *b*. deſcribatur quadrans, & ſumantur de linea chordarum partes à meridiana in quadrante, ſingulis horis totidem 15 gr. aſſignando, juxta hanc analogiam dic pro hora prima, ut rad. ad tang. horæ primæ (id eſt, 15 gr.) ita ſin. elev. poli ad tang. diſtantiæ, lineæ horariæ (id eſt, lineæ pro prima hora) à meridiana linea; & ſimiliter pro reliquis horis.

Rad.	10,
Tang. 15.	9,428052
Sin. 52. 17'.	9 898201

9.326253. Tang. 11. 58'. pro prima hora, & ſimiliter pro reliquis horis, ut in Figura.

Deſcriptio verticalis Horologii declinantis.

Eſto elev. poli 52. 25. declin. verſus occid. 41d.

A duarum linearum normaliter ductarum (ut ante) puncto interſectionis, *b*, ope lineæ chordarum, fiat angulus æqualis elevationi æquatoris, 37. 35. *e b d*.

Fiat alter, *n b d* = declin. 41 gr.

Ducatur *d e* ad meridianam perpendicularis, à quovis puncto ad libitum ſumpto, puta, *d*.

Longitudo, *d e*, transferatur in *b m*, & ab *n* dimittatur perpendicularis ad meridianam, *n m*, dein transferatur *n m* ad dictam perpendicularem = *d p*, per *b* & *p* ducatur linea ſubſtilaris, ad quam, in puncto *p*, ducatur perpendicularis, pro contingente.

Longitudo, *b m*, transferatur in contingentem = *p r*, tum per centrum, *b* & *r*, ducatur ſtylus, cujus altitudo, ſuper ſubſtylarem, ad ang. rect. erit *p b r*.

A *p* ad ſtylum dimittatur perpendicularis, *p s*.

Transferatur *p s* ad ſubſtylarem, = *p o*.

A centro *o* deſcribatur circulus æquinoctialis quovis intervallo, (quo majus eo melius) & dividatur in ſingulos 15 gr. inchoando diviſionem ab ea parte circuli, *W*, qua ſecatur à regula applicata ad ⊙ & X, punctum interſectionis conting. & merid. fiant puncta in contingente, ubi ſecatur à regula per centrum ⊙ & ſingulos 15 gr. vel 7½ pro ſemihoris.

Denique, à centro *b*, per puncta in contingente, delineentur horæ.

Diagramma ſequitur.

Hacte-

AD JUVENES ACADEMICOS.

ID mihi præcipue in hoc Scripto propoſui, ut vos (Academici Ornatiſſimi) *Oughtredum* noſtrum, tantum virum, ſine alio Tutore, intelligeretis; utrum vero ſcopum meum attigerim, iis qui experimentum fecerint, judicandum relinquo: nollem equidem ſtudia veſtra majoris momenti nimium interpellare; nam hæc noſtra, ut non ſunt lucroſa, ita nec æque neceſſaria, atque linguarum peritia & veri nominis philoſophia, præſertim quoad eos attinet, quibus Theologiam practicam nunc exercere propoſitum eſt; interim ornamento cuivis eſſe poſſint, imo neceſſaria uſque adeo, ut in nullo genere viri magni nomen mereatur, qui in Mathematicis non ſit aliquantulum verſatus; ecquam ridiculum eſt, quod grandes Metaphyſicorum Magiſtri neſciant qua arte extrahenda ſit Radix quadrata, vel ſolvenda Æquatio quadratica, utrum in Triangulo rectilineo, tres anguli æquales ſint duobus rectis; quot Circuli in Sphæra, &c. Quandoquidem in cujuſvis Academici, ludentis potius quam ſtudentis poteſtate ſitum eſt, ſine multo temporis diſpendio hæc omnia & longe majora conſequi. Ego igitur in commune ſubſidium ſcripſi has Annotationes, quæ ad umbilicum perductæ ſunt, & miſſæ

miſſæ (in hac quam videtis forma, ante annos viginti, ut publici juris fierent) ad Typographum, ſed ille me feſellit ; ideoque pulveri & æternis tenebris eas mandaſſem, niſi Dominus *Zachæus Iſhamus*, Ædis *Chriſti* Alum. Vir omnigena eruditione refertus, mihi animos addidiſſet, eaſque quaſi ab orco revocaſſet; nempe ille quum forte fortuito legiſſet Præfatiunculam ante Philoſophicam Diſputationem quam anno 1662 edidi adverſus Virum doctiſſimum, *Franciſcum Linum*, & in qua hujus Scripti mentionem aliquam feci ; per nuncium illico mihi ſignificavit, Academicis gratum futurum *Oughtredi* Interpretem Latinum, qui brevi Libro, Authoris tam Canonici Veſtigia, κατὰ πόδας premeret, ſeque ipſum ſuſcepturum, ut Annotationes prælo excuderentur ; obſequutus ſum votis ejus, qui fidem ſuam liberavit ; ideoque & illi gratiæ debentur, ſi quæ forte ex hoc Opuſculo deberi videantur. Sciatis autem quod ego, deſtinata opera, ſparſim variis locis, inſerui, non modo quæ ad *Oughtredum* intelligendum neceſſaria eſſent, verum etiam quæ *Carteſianæ* Geometriæ & Aſtronomiæ facem præferrent, hujuſque ratione Appendicem Aſtronomicam una imprimendam curavi: utroq; Libello fruimini, Optimi Juvenes, & *valete*.

PRO-

PROLOGUS AUTHORIS.

P*Atres, Viroſque quotquot undiquaque, vel*
In Univerſitate, ſive in Urbe ſint,
An Aulici ſient, ſientve Ruſtici,
Rogabo, maximeque Cantabrigiæ,
Domuſque Sidnienſis, *Arbitros probos,*
Epiſcopoſque, Præſuleſque candidos,
Quibus data eſt tremenda Clavis οὐρανῶν,
Rogabo, Clavis ut mea Explicatio
Ab omnibus recepta ſit benigniter,
Amentque me, prout bonos amaverint.

G. C. *Coll.* Sidneiani.

Ad Interpretem.

G*Audete, O Numerique Lineæque!*
Et quantum eſt hominum Algebraicorum,
Clavis quam fabricavit & polivit,
Solertiſſimus ille diſciplinæ
Oughtredus *Pater; En tuo labore*
Docta eſt, Clerice, *dimovere clauſtra,*
Et claram facere omnibus matheſin.

R. Richardſon. *Coll.* Eman.

In

In Authorem.

OUghtredi *inſignem late ornat fama laborem,*
Teque tuum, Interpres, nobilitabit Opus.
Multa obſcura prius dum tam manifeſta dediſti,
Lectoris labor, at non tua fama, minor.

R. G.

In *Oughtredum* Explicatum.

A*Uthor & Interpres numeris meruere, ſed* (*audi,*
Deficit ille ſuis, deficis ipſe tuis.
Ambos tentavi, nec ſufficit Algebra laudes
Enumerare ſuas, enumerare tuas.

Joh. Courtman. *Aul.* Clar.

L*Inea quæ dudum Serpentis more voluta,*
Mira tortilibus flectitur arte modis,
Abjicit exuvias, monſtrat ſe clarius orbi,
Nec quæ ſpectari digna latere ſinit.

M. Courtman. Trin. *Coll.* Cantab.

Ad Authorem Carmina poſcentem Epilogus.

C*Armina à me vis? neque ſum Poeta,*
Nec ſagax (*ut ſcis*) *analyſta; præſto*
Sapphicum hoc unum, puta præſtitum quod
Poſtulat Author.

G. C.

Ought-

Hactenus *Falo*, noſtrati, id tantum addidi, quod æquinoctialem deſcripſit longiore radio; quod quidem eſt magni momenti; nam omnes circuli ſunt ſimiles), ſed majores faciliùs & accuratius dividuntur.

Sic autem, logarithmis utendo, per quatuor Operationes.

Operatio I.

Ut radius — 10,000000
ad cotang. elev. 37. 35. — 9 886288
ita ſin. declin. 41 gr. — 9 816943

ad tang. diſtant. ſubſtyli, à merid. 9 703231 = 26. 47.

Operatio II.

Ut radius — 10,000000
ad coſin. declin. 49 — 9 877780
ita coſ. elev. 37. 45. — 9 785269

ad ſin. altitud. ſtyli ſupra ſubſt. 9 663049 = 27. 25.

Operatio III.

ut ſin. elev. 52. [illegible] — [illegible]
ad rad. — 10,000000
ita tang. declin. — [illegible]
ad tang. inclinationis meridianorum, nempe plani & loci — 10,040182 = 47. 39.

Per meridianum loci intellige planum, quod per ſtylum, lineam horæ duodecimæ & verticem loci tranſit.

Per meridianum plani intellige circulum, qui per polum mundi, ſtylum & lineam ſubſtylarem tranſit.

Per inclinationem horum meridianorum, non eſt intelligenda diſtantia ſubſtylaris à linea horæ duodecimæ, (ut quidam ſcribunt) ſed angulus ad ſtylum, id eſt, ad interſectionem duorum planorum memoratorum, qui angulus menſuratur ab arcu æquatoris, cujus planum ſecat utrumque illorum ad ang. rect. Ex hoc angulo invento, per hanc tertiam operationem, tolle ſingulos 15 gr. donec ad additionem perveneris. Sic ex 47. 39′. tolle 15, reſt. 32. 39′. pro angulo ad polum & hora prima.

Operatio IV.

Ut rad. ——— 10,000000
ad ſin. alt. ſtyli 27. 25′. ——— 9 663190
ita tang. ang. comprehenſi inter horam datam & meridianum plani, ad polum, 32. 39. } 9 806693
———
ad tang. diſtantiæ lineæ horariæ à ſubſtil. ——— } 9 469883 — 16. 26′.

Computabis reliquas diſtantias pro ſingulis horis ſimiliter; tum, facto quadrante vel circulo, ut opus, à centro *b*, ſume arcus inventos de linea chordarum, vel aliter, ut viſum erit: reliqui anguli ad polum & diſtantiæ ſunt 17.39. &c. ut in margine Schematis. Vide *Wingat.* Append. ad Logarith. Et dixeris forte me rem tibi gratam feciſſe.

Lepida

Lepida forma Horologii, quo nullæ lineæ apparent, niſi lucente Sole, viz.

Fiat ad vitrum in feneſtra Horologium verticale, &, inverſo ordine, quaſi eſſet boreale Horologium, à vitrario deſcribantur lineæ, quæ ad unciæ unius vel alterius diſtantiam occultentur charta, cornu, vel materia alba, non tranſparente; tum eo loci quem ſtylus aſcendendo (ut ſolet in borealibus Horologiis) chartam penetraret, fac in charta maculam: dico quod, lucente Sole, linea pro hora diei ſecabit maculam. Habui à Domino *Woollaſton, Warwicenſi.*

Efficere Horologium pro cylindro vel baculo ambulatorio.

In charta plana ducatur linea quæ bis circundaret baculum, & dividatur, ut linea ſinuum, nempe ſemicirculus à media parte utrinque; primum punctum in hac linea ſinuum erit pro Sole in primo gradu Capricorni; primus proximorum triginta gr. pro Sole in 1. gr. Aquarii, &c. juxta ordinem ſignorum, & ſufficit, ſi 30 gr. in tres tantum partes dividantur, quod in primis & ultimis triginta, vix fieri poteſt vel opus eſt: A punctis ſolſtitialibus & æquinoct. (& ab aliis, ut 10. 8. ſi opus,) ducantur perpendiculares, quæ ſint tangentes, radius autem erit ſtylus, qui lineæ ſinuum perpendiculariter inſiſtere debet.

Altitudines meridianæ Solis in punctis ſolſtit. & æquinoct. computentur, & notentur in perpendicularibus dictis;

dictis; per loca notata deſcribatur circulus, ut *Euclides* docuit, pro hora duodecima; & fac ſimiliter pro reliquis horis.

Denique applicetur cylindro chartæ pars dimidia, & reliqua reflectatur: ſed nota quòd vel ſtylus vel cylindrus mobilis eſſe debet; ita ut ſtylus decima die Dec. ſit ſupra punctum primum lineæ ſinuum; 10. die Jan. ſupra primum punctum proximorum triginta, & 10. die Mar. ſuper ultimum; tum retro ambulandum, & ſic retrorſum & prorſum per totum annum.

Si tibi dubitare contigerit, conſule *Fali* Horol. c. 28. ubi oſtendit modum cognoſcendi horam per altitudines, *viz.* per quadrantem, ſuper iiſdem rationibus fundatum, unde hæc propoſito meo accommodavi.

Liquet ex ſupra dictis quod Sol vel umbra ad eandem horam neceſſario jacebit in eodem plano horario; planum autem horarium puta pro hora tertia, tranſit per ſtylum & lineam, quæ in Horologio horizontali deſcribitur pro hora tertia: Hinc, ope Horologii horizontalis horizontaliter & horologicè poſiti, id eſt, ita ut linea meridiana Horologii ſit in plano meridiano, facile eſt, ſuper quodvis planum, quovis modo inclinans vel declinans, cujuſcunque generis aliud Horologium deſcribere:

Eſto igitur Problema catholicum.

Ope Horologii horizontalis, nullum non Horologium conſtruere.

Si velles Horologium murale deſcribere; Horologium

gium horizontale applicetur prope murum, horologicè ut oportet.

Tum ſtylus, ope fili vel regulæ, producatur ad punctum in muro pro ſtylo murali; dein filum idem ſucceſſive ducatur, ſecundum ductum planorum horariorum, pro ſingulis horis; quod & ope candelæ vel ipſius oculi commodè fieri poteſt, dum eodem ictu oculi, tum linea horizontalis Horologii tum murus ſimul conſpiciuntur per ſtylum.

Si velles deſcribere Horologium, cujus centrum in aëre aprico ad cameræ tuæ laquear vel parietes, ut ope radii reflexi à lente in feneſtra hora innoteſcat, non poteſt dari melior methodus quam ſi invertatur Horologium horizontale, & applicetur feneſtræ horozontaliter & horologicé: tum, ſecundum ductum ſtyli, producatur filum à lente vel centro ad pavimentum, ibique clavo figatur, &, ſi placet, exſcindatur, ità ut reſidua pars fili maneat libera & ſatis longa ut ad quaſvis laquearis partes extendatur: dein ab eodem centro aliud filum ducatur ab amico aliquo, ſec. ductum ſingularum Horologii linearum, & teneatur manu idoneç tu interim ſtylare filum dirigas ad laquear vel parietes, puncta notando pro lineis horariis, quando nempe ſtylare filum à clavo tetigerit filum amici tui.

Eadem methodo facile eſt componere Horologium pro radio directo, à macula vel foramine in feneſtra; ſed tum Horologium non invertendum, & clavus ſupernè figendus.

Si puncta notentur & horæ ſcribantur ad tabulati feneſtralis marginem, pars aliqua fili à clavo pendere debet, ut ad horam notatam per umbram vel radium à foramine dirigatur.

Quidam

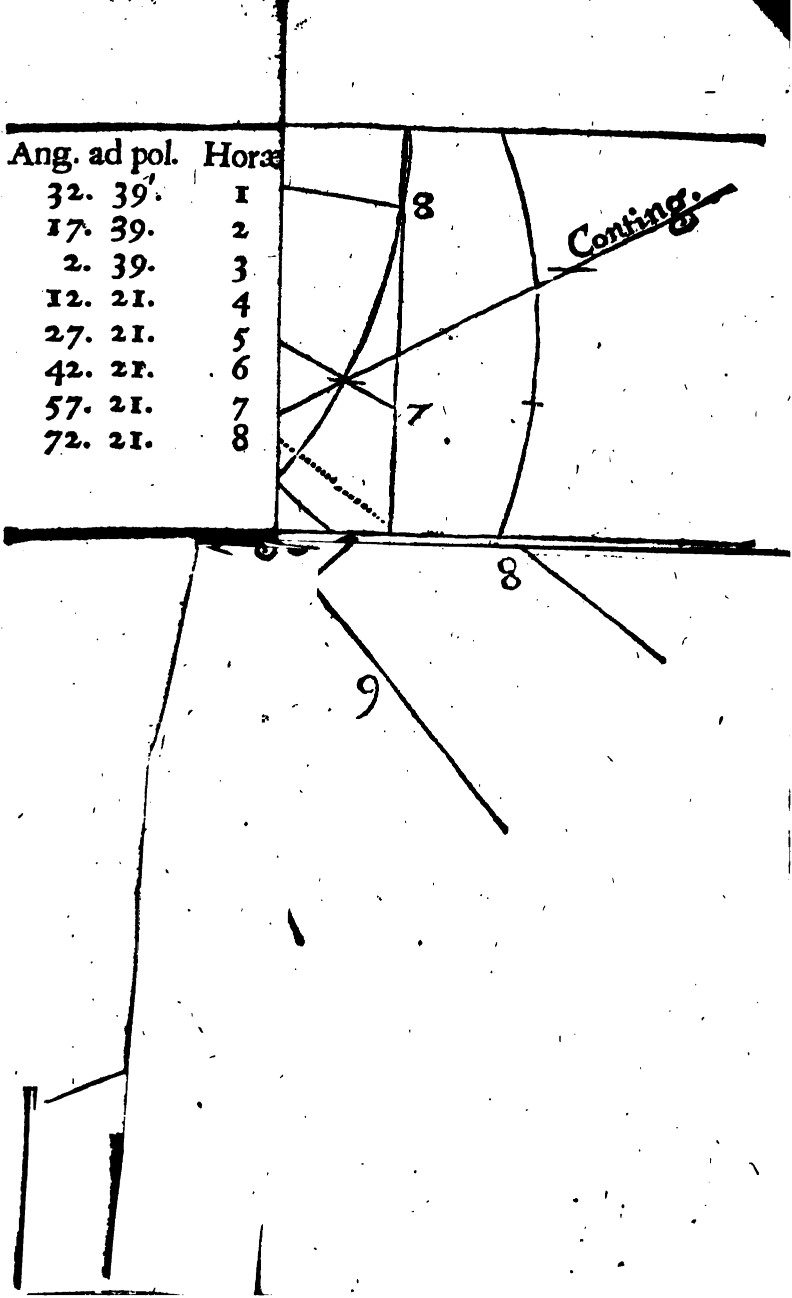
Quidam pro Horologiis declin. deſcribendis, ſuper horizontalis Horol. meridianam erigunt tabulatum perpendiculare & ad omnes declinationum gradus verſatile, pro ſtylo autem utuntur filo per utriuſque plani meridianas lineas.

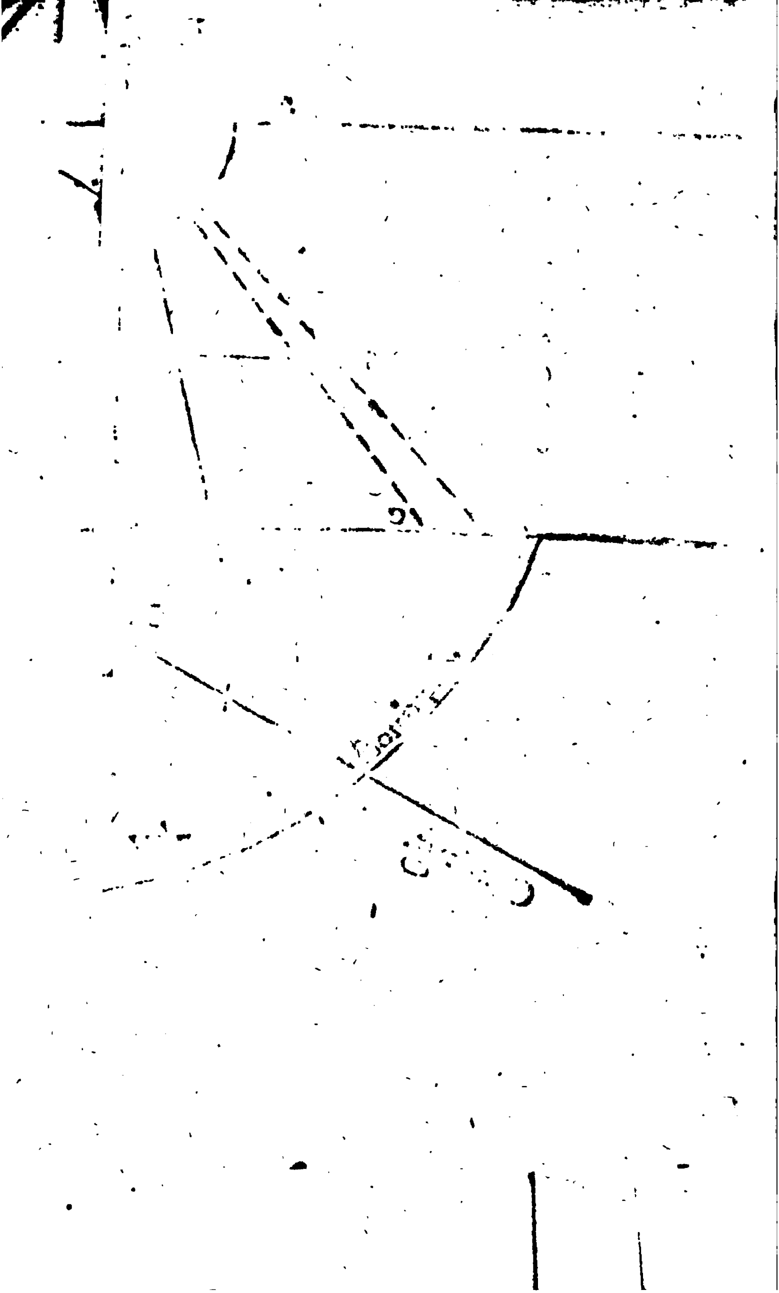
FINIS.

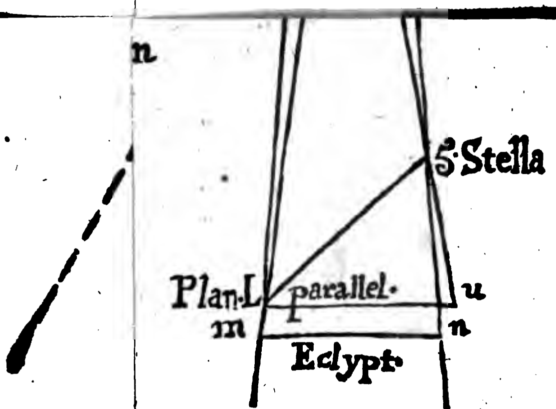
ERRATA.

Pag. 48. l. 9. pro Cap. VIII. lege Cap. X.
Pag. 52. lin. antepenult. $\frac{2}{7}$ è 21 ?
p. 68. l. 6. à fine, *gnomon, pro* &c.
l. 13. *id eſt* 10=2*A.*
p. 75. l. 4. à fine, *A*=*r* 7.—*r* 4, &c.
l. 5. *Eq*=*r* (11.—*r* 112) &c.
p. 76. l. 2. *max. c. m. r c* 5.
l. 4. *r c* 5 *max. c. m.*
l. 8. Incipiat Sectio ſic, 9. *Ex quadratis,* &c.
l. 10. dele 9.
l. ult. *modum eſſe verum, experiundo,* &c.
p. 79. l. 8. dele 12.
l. 9. Incipiat Sectio ſic, 12. *Radix qu.* &c.
p. 86. l. 5. *id, eſt in hac arte*—
p. 103. l. 5. à fine, *extrahenda ſit.*
p. 106. l. 5. à fine, *omiſimus.*
p. 112. l. 2. *duobus.*

Ang. ad pol.	Horæ
32. 39′.	1
17. 39.	2
2. 39.	3
12. 21.	4
27. 21.	5
42. 21.	6
57. 21.	7
72. 21.	8






n
5 Stella
Plan. L
parallel.
u
m
n
Eclypt.